

中学校関数領域の授業改善

－数学的活動を通じた日常事象の数学化に向けて－

教育学研究科 教育実践創成専攻 教科領域実践開発コース 中等教科教育分野 青木優太

1. 研究の動機・目的

数学という学問において、単純な計算問題や文章問題を解くことは重要である。しかしながら、身の回りに存在するさまざまな日常事象を数学的に捉え、論理的に考察することもまた、極めて意義深いものである。数学の本質は、単なる計算技能の習得にとどまるものではなく、現実世界に潜む法則や関係性を明らかにし、それを適切に表現・解釈することにあると考えられる。

筆者の中学時代を振り返ると、数学の学習において、日常生活や社会の事象を数学を用いて解決することに困難を感じていた。このような経験から、数学の学習において単なる公式の適用や計算処理のみならず、現実の事象を数理的に捉え、それを数学の枠組みの中で体系的に扱うことの重要性を認識するに至った。その中でも特に、関数の領域に着目し、現実の事象を関数的な関係として捉えることの意義を深く考察する必要があると考えた。

図1は、『中学校学習指導要領（平成29年告示）解説－数学編－』に示されている「算数・数学の学習過程のイメージ」である。

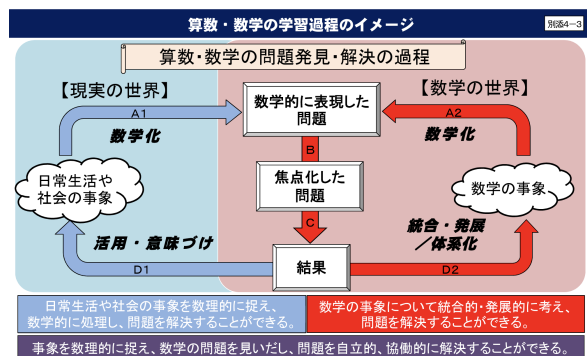


図1

数学的活動とは、中学校学習指導要領解説によると「事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行する」ことであると定義されている。この数学

的活動には、2つの異なる過程がある。1つは図1のイメージ図の左側の【現実の世界】の矢印の流れであり、「日常生活や社会の事象を数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決し、解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する過程」とされている。もう1つは右側の【数学の世界】の矢印の流れであり、「数学の事象から問題を見だし、数学的な推論などによって問題を解決し、解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察する過程」とされている。

本研究では、これら2つの過程のうち、特にイメージ図の左側【現実の世界】に着目し、数学化の過程を重視することとした。すなわち、日常の事象を数理的に捉え、それを数学的な枠組みの中に落とし込み、適切な数学的处理を施しながら問題を解決していくことが、数学の学習において極めて重要であると考えたのである。

したがって、本研究の目的は中学校数学科の一次関数において、日常事象の数学化に焦点を当てた授業を構想し、考察することである。

2. 研究の方法

本研究の目的を達成するために、以下の手順に従って研究を進めることとした。

- ① 日常事象の数学化に焦点に当てた教材研究を行い、授業を構想し実践する。
- ② 実践した授業や、生徒の学習シートを分析・考察をすることを通して、研究の成果と課題をまとめる

以上より研究の結論を述べる。

3. 授業実践

3-1. 本時の授業について

(1) 日時および研究対象

令和6年9月5日（木）

山梨県内国立中学校第2学年1クラス

(2) 単元

第3章 1次関数

第4節 1次関数の利用

(3) 題名

飲み物はいつまで冷たく保てるのか考えよう

(4) 本時で育てたい資質・能力

・具体的な事象を1次関数でとらえ、それを利用して問題を解決する方法を説明することができる【思考・判断・表現】

・問題解決の過程を振り返って評価・改善しようする力【主体的に学習に取り組む態度】

(5) 資質・能力を見取るための工夫

・学習シートを提出させ、2つの数量の間の関係を1次関数でとらえた考え方や理由を学習シートから見とる

・学習シートに書き込んだ内容を消さないように指導し、どのような経緯で問題場面に適した答えを出したのかを見とる

(6) 指導意図

生徒は、すでに日常の事象から一次関数を導く学習を終えている。この時、題材となったのは、線香の燃える時間と線香の長さの関係である。火をつけると1分間に0.5cmずつ短くなる線香では、 x 分後の線香の長さを y cmとすると、どのくらい燃え続けることができるのか、という問いとした。ここでは、 x 分後で一定の割合で短くなっているのを、 $y = ax + b$ の形で表されるため、 y は x の一次関数であると判断できる。

一方、本時においては、変化の割合が一定ではないものを扱う。その際には、どこかの増加量をとって、一定の割合で変化しているとみなすのかを考えさせるような指導を行いたい。

3-2. 本時の授業について

(1) 課題の把握

授業日の3週間後に実習校では学校行事として学園祭が予定されていた。学園祭の期間中は、練習日から当日を含め、水筒を持参したうえで詰替え用のペットボトルの持ち込みも許可されることになった。授業の冒頭では、まずこの事実を生徒たちと共有し、学園祭に向けた準備の一環として水分補給の重要性について確認した。

連日猛暑日が続く中、運動や活動の合間に冷たい飲み物を飲みたいという生徒の希望を引き出すため、対話を通じて意見を交換した。詰替え用のペットボトルを冷たく保存しておくために、近年多くの人々に利用されている「ペットボトルホルダー」(図3)に着目した。ペットボトルホルダーを知らない生徒もいると思われるため、実物を提示しながらその機能や用途について説明を行い、実際に手に取って確認できるような工夫を考えた。

また、授業当日の朝、冷蔵庫で冷やしたペットボトルを2種類用意し、1つはそのままの状態では保存したもの、もう1つはペットボトルホルダーに収納したものを準備した。これらを生徒に実際に見せながら、保冷効果の違いについて考えさせる導入を行った。

次に、人間が冷たいと感じる温度について話題を出し、一般的に「約マイナス10℃から15℃」の範囲が冷たいと感じられることを確認した。

これらの対話を通じて、ペットボトルホルダーの役割や、「誰もが冷たいと感じる温度は10℃以下である」という共通認識を教師と生徒で統一し、授業の学習課題を共有した。以下の枠内に示したのは、本授業での学習課題である。

問題

飲み物を冷たいと思う温度は、10℃以下だといわれている。ペットボトルホルダーで保存したとき、ペットボトル飲料の温度を10℃以下に保てる時間を予想しよう。

(2) 課題解決への見通し

生徒と共有した学習課題では、「ペットボトル飲料の温度が 10°C 以下に保てる時間を求めること」が提示された。しかし、この問題を解決するためには、必要な情報として「時間」と「温度」の具体的なデータが不足していることに気付かせることが重要である。そこで、教員が生徒と対話しながら、これらの不足している情報を生徒自身の発言から引き出すように誘導した。図2は、情報を引き出すために記録をした板書である。

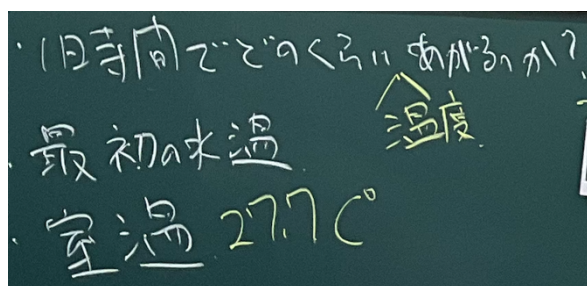


図2

ペットボトル飲料の温度の変化については、筆者自身が事前に測定したデータを活用した。具体的には、計測開始から20分から70分後までの温度変化のデータを記録し、そのデータを2分間の映像にまとめて生徒に提示した。また計測したデータを書き留めるように指示をした。図3は、実際に計測したペットボトル飲料の温度の変化である。なお、図3は生徒には直接提示せず、自らの記録によってデータを整理することを重視した。

室温 27°C のときに、 ペットボトルホルダー に入れたペットボトル 飲料の温度の変化	時間 (分)	温度 ($^{\circ}\text{C}$)
	20	5.0
	30	5.5
	40	5.8
	50	6.1
	60	6.3
	70	6.7

図3

(3) 自力解決

生徒に学習シートを配布し、解答のための時間として約10分設けた。

また、必要に応じて、x軸とy軸に適切な目盛りが振られた方眼紙も用意し、データをグラフ化することも選択できるようにした。この方眼紙の使用については、生徒の判断に委ね、自由に活用できる環境を整えた。

(4) 全体共有①

まずは、表を作成して予想を行った生徒を指名し、その考えをクラス全体で共有した。図4は、この過程での板書の内容を示すものである。

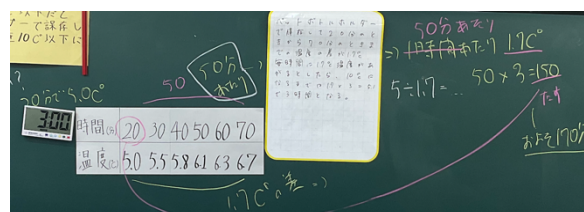


図4

生徒の予想としては、「ペットボトル飲料の温度は1時間あたり 1.7°C ずつ上昇する」との仮定に基づき、 10°C に達するまでの時間を3時間と見積もった。しかし、実際には温度上昇のペースは50分あたり 1.7°C であるため、この誤りに気付いた生徒と近くの生徒が議論を行い、予測を修正する過程が見られた。結果として、修正後の結論として「およそ170分で 10°C に達する」という結果が導かれた。

(5) 全体共有②

次に、グラフを用いて予測を行った生徒を指名し、その解法をクラス全体で共有した。図5は、教室内のモニターに映し出したグラフおよび板書の内容を示している。

最初に共有されたグラフは、計測データをドットプロットで表し、それらを結んだものであった。しかし、この方法では温度変化の予測が困難であることが議論された。その後、より適切な方法として、温度変化の傾向を直線的に表すためのグラフが提示した。(図6)

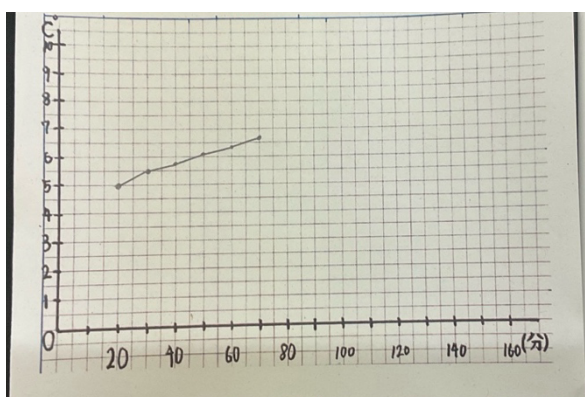


図 5

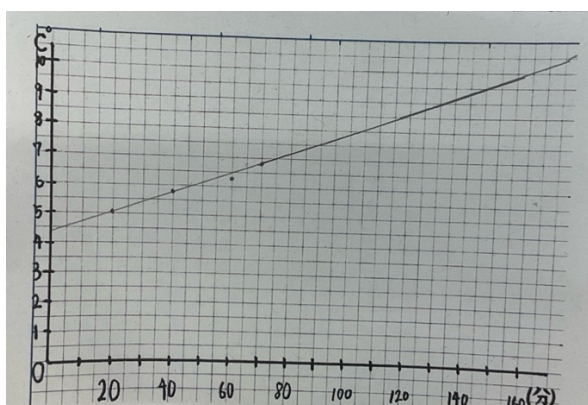


図 6

最終的に、計測開始時と終了時の温度を考慮し、変化の割合を平均して直線とみなすことで、温度変化の傾向を表現できることを確認した(図7)。この結果、ペットボトル飲料の温度が10℃以下に保たれる時間の予測として、「およそ160分」という結論が導かれた。

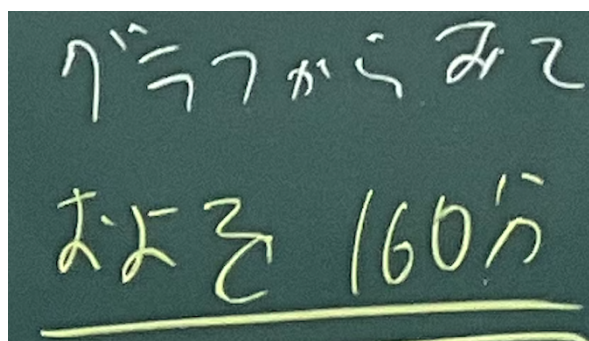


図 7

(6)授業のまとめ

本時の授業では、ペットボトル飲料の温度が10℃以下に保たれる時間を予測するために温度と時間の関係に着目して考えた。特に、ある区間

における温度変化の平均を取り、その変化の割合が一定であると仮定することで、予想することができることを確認した。この過程を通じて、変化の割合が一定である事象は「一次関数」として捉えられることを生徒に理解させることができた。

授業の最後には、実習校の教員が取り組んでいるように、生徒に学習の振り返りとして感想を書く時間を設けた。

4. 授業の分析

実践した授業の分析を行う。分析方法は、

- ・授業動画からの発話
- ・学習シートの「学習の感想」

以上から分析を行う。

4-1. 授業動画からの発話

以下は、「3-2. 本時の授業について(1)課題の把握」における日常事象の把握として、ペットボトルホルダーについて説明した後、授業当日の朝に冷蔵庫から「そのまま持ってきたペットボトル」と「ペットボトルホルダーに入れて保存していたペットボトル」とを比較をした。以下はその対話の一部である。

T7: (ペットボトルホルダーを掲示)

まああの一応商品名でこのこのカバーの商品名はペットボトルホルダーと言います。

S9: へー。

T8: ではない。普通です。で、でこれどうなってるかっていうとこれ中開けると、これペットボトルが入って、実はこれ同じタイミングで朝先生があ冷蔵庫から出して、出してあの保存したやつどうですかね？

S10: 冷たそう

S11: えーすごい

S12: 冷たそうですね

T9: あ、どっち？どっちが冷たそう？

S13: こっち(ペットボトルホルダーで保管されたペットボトル飲料)

T10: ああこっちな。どう冷たい？

S14: おう

T11:おおう

以上の発話のうち、注目箇所を下線で示した。やり取りから、生徒は実際に目で見たり手で触れたりすることで、ペットボトルホルダーが温度を維持する役割を果たしていることを直感的に理解したと考えられる。実際に目や手で比べたことによりペットボトルホルダーを知らない生徒でも明らかにペットボトルホルダーで保存をすると冷たく保てると言うことに見通しが立ったと考えられる。このことから、生徒が日常事象を実感し、それに対して興味関心を持つ上で有効であったと言える。

次に、この日常事象をどのように数学的に捉え、数学化し学習課題へつなげていったのかの発話を示す。

T18:おう。まあ人によってあの冷たいとかあと、これぐらいじゃないかと結構ばらつきと
思っ。大体えと...人のえと体温からマイナス
20度から25度と言われてるんですね。つまり
水温じゃ水温温度は何度かっていうと大体、
十...10度から15℃...えと冷たいと言われて
いる。で、実際にあの先生もあの15℃の飲
んだら、あつたしかに冷たいなと思いました。
はい。でじゃあ明らかに普通に保存するより、
こっちのほうで(ホルダー側)、まわざわざ
買っちゃうけど、あのホルダーに入れたら明
らかに冷たく保ってそうじゃないって言うの
は、感じそうじゃない？だから。さっきの人が
冷たいと感じるとこまでどんくらいキープで
きるのか...って。そしたら体育祭とか、体育祭
とかでちょうど同じ時間帯にでたら、何分ぐ
らい保つのかなってそういうふうに予想がで
きてしまうんじゃないかなって思う...でも
色々発展するんじゃないかなって思うんだよ
ね。ということで今回は、(学習問題の提示)
~省略~

以上の発話のうち、注目箇所を下線で示した。それをみると、具体的な温度の数値を提示

しながら、生徒が数学的な思考へと向かうよう誘導していることが分かる。しかしながら、教師の発話が多く、生徒が自ら考える機会が十分に確保されていなかった点が課題として挙げられる。特に、数学化に向かう過程において、教師が積極的に答えを提示し、生徒が自ら疑問を持ち、それを解決するために数学的な考察を行う場面がなかった。そのため、本授業では、「日常事象の数学化を生徒自ら遂行すること」は達成されなかったと考えられる。

4.2. 学習シートの「学習の感想」

次に、生徒が授業を通じてどのような気づきを得たのかを明らかにするために、学習シートの記述を分析する。得られた気づきは、大きく3つに分類することができる。

(1)一次関数で未来を予想することができる

クラスの生徒33名のうち、5名が「一次関数で未来を予想することができる」と気づいた。以下は、生徒の実際の文章である。

- ・未来を見ることができる授業が今回出てきて驚いた。
- ・最初の水温がわからなくても変化の仕方がわかれば予想できるとわかった。
- ・変化の割合が一定な一次関数は未来を予想できるとわかった。

上記に示したように、「未来」という言葉を使ったものがあつた。これは実習の担当の先生が以前「一次関数は未来予測することができる」といった発話をしていたため、このような記述があつたのではないかと考える。いずれにせよ、少数ではあるが、一次関数の可能性に気づいたことが考えられた。

(2)日常事象に一次関数がある

クラスの生徒33名のうち、3名が「日常事象に一次関数がある」と気づいた。以下は、生徒の実際の文章である。

- ・身近にあるものが1次関数と気づくことができました。
- 学んだことを日常でも生かしていきたいです。

- ・ 日常に隠れている問題も1次関数を使うことで求めやすくなると分かった

2つの数量の関係を表していることから、関数の考え方であることがわかる。以上より、他の日常事象にも一次関数の考えがもてるようになったと言える。

(3) 得られた結果を日常事象に活かそうとしている

クラスの生徒33名のうち、2名が「得られた結果を日常事象に活かそう」と考えた。以下は、生徒の実際の文章である。

- ・ 3時間ぐらい保つことができるので夏には必須だと思いました。

以上より、数学で解決した結果を、実際の生活に生かそうと考えていることが分かった。最初の事象に立ち返って考えられたと言える。

5. 成果と課題

分析を終えての考察を、成果と課題に理由を述べる

<成果>

- ・ 数学的活動における【現実の世界】の数学化を授業実践できた

生徒の学習シートには、数学を用いて問題を解決した結果を、元の事象に立ち返って考察する記述が複数見られた。このことから、単なる数式の処理にとどまらず、数学が現実世界の問題解決に有効であることを生徒が実感したと考えられる。今回の授業を通して日常事象の数学化が実践できたと考えられた。

<課題>

- ・ 日常事象の数学化へ向かうための発問ができていなかった

授業の発話分析の結果、教師主導で授業が進行し、生徒が自ら考え、発言する機会がなかったことが分かった。

この課題の改善策としては、教師が一方的に知識を提示するのではなく、生徒との対話を重ね、発問を工夫し、少しずつ生徒が数学的に表現した問題に向かえるような発話を用意すべきだ

った。具体的には、生徒が日常事象の中から数学的な視点を見出しやすいよう、段階的な問いかけを用意し、適切なタイミングでヒントを与えながら思考を促すことが重要である。よって、生徒自ら日常事象の数学化が達成できなかったと言える。

6. まとめと展望

本研究では、関数領域に焦点を当て、数学的活動を通じた日常事象の数学化を目指した授業実践を行った。その結果、数学を用いた問題解決を通じて、日常事象を数学的に捉え直すことの意義を生徒が理解できたことが確認された。

今後の展望としては、より多様な日常事象を取り上げ、生徒が主体的に数学化に取り組める授業設計を行うことが課題となる。特に、生徒にとって普段馴染みのない現象を扱うことで、数学を新たな視点から捉える機会を提供できるのではないかと考えられる。また、異なる学年や異なる関数領域においても同様のアプローチを試み、数学化のプロセスをより幅広く実践することが求められる。

最終的には、生徒が数学を単なる計算手段としてではなく、現実世界を理解し、数学で解決してできるような授業を目指していく必要がある。そのためには、数学的活動をより精緻に設計し、生徒の思考過程を重視した授業を実践することが不可欠である。今後も継続的な教材研究を通じて、より学びのある授業を模索していきたい。

○. 参考・引用文献

- ・ 文部科学省(2018)『中学校学習指導要領(平成29年告示)解説-数学編-』日本文教出版