

中学校数学科におけるわかる授業の創造

ー比例を利用する問題解決型授業を通してー

教育学研究科 教育実践創成専攻 教科領域実践開発コース 中等教科教育分野 矢崎優斗

1. はじめに

1-1. 研究の動機と目的

「わかる」、「わかった」、「わからない」、「わかっていない」、といった言葉を、人々は日常でよく用いている。また、筆者自身が学部生のときには、学部共通科目の授業や外部の講座などで「わかる授業」の重要性を学んできた。一方で、「わかる授業」とはどのような授業であり、生徒にとって何が「わかる」授業であるべきなのかは曖昧である。「わかる授業」について、文部科学省が提唱する例はいくつかあるものの、これといった「定義」は明示されていない。また、文部科学省が提唱する、『「令和の日本型学校教育」の構築を目指して ～全ての子供たちの可能性を引き出す、個別最適な学びと、協働的な学びの実現～』の答申のなかで、「わかる」という言葉は一度も用いられてはいないものの、生徒のその「学び」の過程で「わかる」ことは不可欠である。本研究では、わかる授業の意味の解釈を独自に行い、中学校数学科において、問題解決型授業を通した「わかる授業」の一例を筆者自身が考案し、実践したことによる生徒の学びを検証する。

1-2. 研究の方法

実践授業を令和6年度10月に実習校第1学年の4クラスで行った。そのうち1クラスは筆者の所属学級である。授業実践の際にはビデオ撮影をして映像を記録し、板書を写真撮影して記録した。また、本時で用いた生徒の学習シートをすべてスキャンし、画像データとして記録した。（撮影した写真、映像、スキャンデータはすべて削除済み）授業実践の考察を、映像と板書、スキャンデータのほか、映像をもとに起こしたプロトコルをもとに行う。

2. 「わかる」、「わかる授業」

研究授業を実践するのにあたり、筆者自身が「わかる」ことについて理解を深めるべく、先行研究の論文や書籍をいくつか参考にした。そのうえで、自分なりの「わかる授業」を定義した。

2-1. 先行研究より

(1) 吉田（2011）は、「意味」の理解というとき、本来は「概念の意味」の理解であり、「知識・理解」としてとらえられるものとしている。また、「学ぶことの意味」の理解となれば、「数学への関心・意欲・態度、又は価値観」に関わるものになる。「意味、必要性、意義」の理解については、何を対象としているかを見定めて指導に当たることの重要性を述べている。

加えて、吉田は「わからせるための工夫」として、次の9つの工夫点を挙げている。

①学習環境を整える

- ・宿題、レポートを課す
- ・教室環境（機器、掲示物等）を整える
- ・発言、発表等のルールを設定する 間違いも含めて様々な考えが取り上げられる等

②子どもの実態を把握する

- ・考え方、理解の仕方、つまづきや誤答の傾向

③接続を工夫する

- ・学校間や学年間の接続 ・内容や方法の接続

④目標設定を工夫する

- ・下位目標の設定、評価との一体化

⑤教材や課題を開発する

- ・興味関心をひく、必要感のある、面白い
- ・数学的発展性のある
- ・オープンエンドな（考え方と答えが多様）
- ・日常事象や社会事象に関連している
- ・数学史的である

・ゲーム（遊び）的な要素のある

⑥授業形態を工夫する

- ・一斉，グループ，個別
- ・習熟度別，少人数，TT 等

⑦数学的活動を充実させる

- ・見出し・考え・発展させる活動，活用する活動，伝え合う活動をさせる
- ・観察・操作，実験，討論，説明等
- ・図やマップに表現させる
- ・問題づくりをさせる
- ・十分に考えさせる，学びの振り返りをさせる

⑧発問と説明・指示を工夫する

- ・必要性，意義，価値を感じさせる
- ・板書の工夫
- ・具体物，半具体物，抽象物の提示の工夫
- ・問題提示の工夫（一般的，典型的，単純な）
- ・思考を促す，構造化する

⑨教具を活用する

- ・ノート，プリント，ワークシート
- ・ICT ・数学的な教具，図や表など

これらを筆者は、「生徒のわかったにつなげるための教師の手立て」とであると解釈し，以後「教師の手立て」と記し，3章では，参考にした点を上記の番号（①～⑨）とともに述べることとする。

（2）佐伯は『「わかる」ということの意味』という本のなかで，次のように述べている。

「わかる」ということは，「わかっている世界のこととして」わかることであり，文化的実践（1～4）に参加することである。

1. 「よい」とは本来どういうことなのかをさぐる
2. 「よい」とする価値を共有しようとする
3. 「よい」とされるものごとをつくりだす
4. 「よい」とされるものごとを多く残したり広めたりする技術を開発する

（3）山鳥は『「わかる」とはどういうことか』という本のなかで，

「納得」，「なるほど」，「合点がゆく」，「腑に

落ちる＝お腹に充実感が生じる」といったことを「わかる」の別の表現としている。

また，「わかった」ということは，心理的な反応，つまりは感情である。したがって，経験の一つの形式であって，事実や心理を知ることと同じとは限らないことを述べている。加えて，「わかる」とか，「わからない」という感情が生まれるには，記憶という土台が必要であるとも述べている。

2-2. 「わかる授業」の定義

授業実践にあたって，筆者自身の考える，生徒が「わかる授業」を次のように定義する。

日常の事象や既習事項を関連付けながら，数量や図形のさまざまな関係や特徴を捉えることで，数学のよさに納得することができる授業

これに基づいた研究授業について次章で述べる。

3. 研究授業の実践

山梨県内の中学校第1学年のクラスで実践授業を行った。概要は以下のとおりである。

- ・実施日 令和6年10月31日
- ・単元 比例と反比例
- ・本時の位置づけ 比例と反比例の利用

3-1. 本時の授業について

（1）本時の目標

・具体的な事象にある二つの数量について，比例のグラフを用いて対応の特徴を見だし，表現する力

（思考・判断・表現）

・グラフを用いて行った問題解決の過程を振り返って，得られた結果が実際の場面で妥当かどうかを考えようとする力

（主体的に学びに取り組む態度）

（2）生徒の実態

前の単元で，「方程式」について学習を終えている。そのため，文字を含む式の計算や，文字を含む式を立てる操作を行ってきている。また，小学校第5，6学年においても，比例の関係の意味

や性質、反比例の関係について知る学習を行ってきている。実習校の先生の授業のなかで、自分の考えを形成し、文章や発話によって他者に表現したり、多様な考えを理解したりする機会が多く設けられており、解答のグループ共有や全体共有には非常に慣れている。

なお、この生徒の実態は「教師の手立て②」に該当する。

(3) 教材について

次の図1に示すのは、授業の導入でモニターを用いて生徒に提示した学習課題である。実際には図1のほか、甲府駅北口から武田神社までの経路をGoogleマップで示した図と、山本選手の走る写真を同じ画面に表示した。

Q. 矢崎先生は甲府駅北口から武田通りを走って武田神社まで走ることにした。今回の箱根駅伝5区の区間記録は、山本唯翔選手(城西大)の1時間9分14秒である。もし山本選手がこの記録と同じペースで、先生と同じところを走ると考えたとき、山本選手の到着する時間は、先生の到着する時間よりどれだけ早いだろうか。

図1 本時の学習課題

この題材づくりは、「教師の手立て⑤」にあたる。図1のような課題になった根拠は次節で述べる。

(4) 本時の指導意図

本時は、比例と反比例を利用して日常事象における問題を解決していく授業の2時間目である。1時間目では、実習校の先生がランドルト環を題材として扱った。このとき、生徒は主に式を用いて問題解決をしていた。それに対し、本時の2時間目は、筆者が甲府駅から武田神社まで武田通りを走っていく場面を想定した。中距離走や長距離走では、走る前に目標タイムを設定することがある。また、長距離走と聞いて、マラソンや駅伝を思い浮かべる生徒は多いと考えた。

そこで、毎年初めに行われる箱根駅伝と、往路のなかでもっとも上り坂の激しい5区の区間記録者である山本唯翔選手とその記録に焦点を当てた。山本選手がもし、区間記録を出したときと同じペースで筆者と同じところを走ると考えたとき、走る速さが極端に変わることはないことから、走る速さを一定とみなして考え、走る時間を x 、走る距離を y としたときの二量の関係を比例のグラフに表して読み取ることで、筆者のタイムとの差を予想することができる。また、注目する x の値や y の値の一方が変わっても、他方を、その都度式で計算することなく読み取ることができる。このように、グラフを読み取って解釈する力を養っていくとともに、グラフを用いて比例に関わる問題を解決することのよさに気づくことができるようにした。

3-2. 授業の実際

(1) 課題を把握する

実習校では冬季に、体育の授業において「持久走」を例年行っていることを受け、直前の授業が体育であった生徒たちとその事実を確認した。次に、ほぼ一定の傾斜で、かつ信号の影響があまりない「武田通り」を取り上げ、同じ長距離走として関連付けることができる「箱根駅伝」を話題に取り上げた。また、同じ上り坂としての関連を共有するために、箱根駅伝のコース図、および高低差のグラフを図2のようにモニターで共有した。



図2 箱根駅伝のコース図、高低差

その後、学習課題を図3のようにモニターを用いて共有した。



図3 モニターに移した学習課題

このように、図3の学習課題につなげるための導入は「教師の手立て⑧」である。また、モニターの活用は、「教師の手立て⑨」である。モニターに映すことで、生徒の関心を得るほか、問題文をお互いを書く時間を省け、黒板も広々使えるといった利点がある。

(2) 課題解決への見通し

共有した学習課題の文中には、区間記録や、求めたいこと（＝2人の、武田神社に着くまで走る時間の差）は書かれているものの、それを求めるのに必要な「走る速さ」、「甲府駅北口から武田神社までの道のり」といった情報が不足している。これらの不足情報を生徒から引き出し、自力解決に生かせるように整理した。また、実際に走る速さを常に一定とすることは難しいものの、顕著に変化することもないことから、「2人の走る速さを一定として考える」ことを生徒と確認した。加えて、速さが一定であれば、「走る距離は走る時間に比例する」ことを生徒から引き出し、「グラフ」を用いて時間の差を求める方針を固めた。図4は生徒と見通しをもつために記録した板書である。

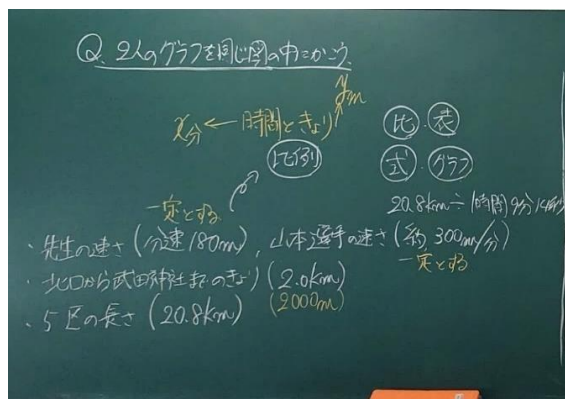


図4 板書①

(3) 自力解決①

生徒にはワークシート（図5）を配布した。

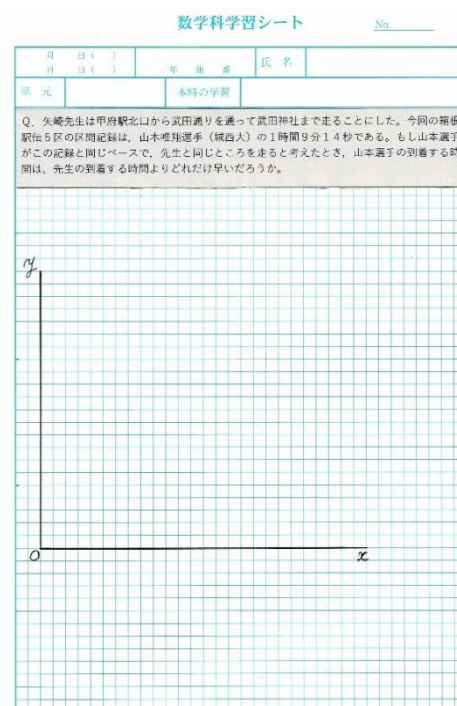


図5 授業で用いたワークシート

ワークシートには学習課題のほか、 x 軸と y 軸（第1象限のみ）を載せ、作図の時間を効率化した。2人の走る様子がわかるグラフをかくための時間を約9分設けた。シートの座標軸には目盛りを載せなかったため、「横2目盛りで1分、縦1目盛りで100m」とした生徒と、「横1目盛りで1分、縦1目盛りで100m」とした生徒がいた。詳しくは4. 授業の分析で述べることとする。

(4) 全体共有①

全体で共有する前に、自分のかいたグラフを近くの人と共有し、自分と同じようなグラフや、参考にしたいグラフを探す時間を2分ほど設けた。なお、図5のように目盛りを設定してグラフをかいた生徒が多かったことから、方眼ホワイトボードには図5と同様の目盛りを設定した。また、そのときのグラフのかく方法を、指名した生徒に聞きながらグラフをホワイトボード（図6）にかいた。

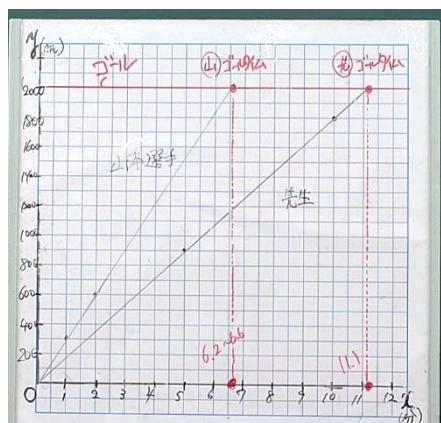


図6 方眼ホワイトボード

上記の「合意形成→自力解決→全体共有」の流れが、「教師の手立て⑦」である。全体で問題解決のための合意形成を行った後、自力解決の時間を設け、その後でグループ共有、全体検討を行うことで、生徒が主体的に数学的活動に取り組めるようになる。下記の(5)、(6)も同様である。また、図6の方眼ホワイトボードは、「教師の手立て⑨」にあたる。方眼黒板では方眼が粗かったり、見づらかったりするが、方眼が細かいホワイトボードを用いることで、グラフを見やすくしたり、生徒の関心を得たりした。

(5) 自力解決②

全体共有で確認した、2人の比例のグラフから、様々な情報を読み取り、求めたい2人の到着する時間の差の求め方を考える時間を5分ほど設けた。この活動が「教師の手立て⑦」である。こちらが予め用意したグラフを読み取るのではなく、生徒自身が同じ授業内で作ったグラフを用いて問題解決することで、問題を自立的、協働的に解決する過程につながる。

(6) 全体共有②

全体で共有する前に、自分のかいたグラフを工夫して読み取り、学習課題で解決したい「2人の到着する時間の差」を解決する方法を、近くの人と共有する時間を2分30秒ほど設けた。その後、初めに指名して挙げた解答が「4分半」だったため、それより求めた時間が早かったのか、遅かったのか、それぞれ挙手をさせ、それぞれ1人を指名して答えを聞き、2人の到着する時間の差がおおよそ4分半から5

分の間に収まることを確認した。(図7)この発言の形式は、「教師の手立て①」である。

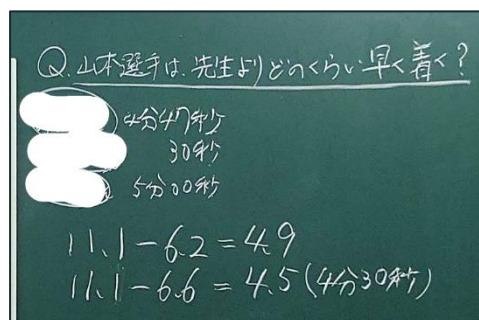


図7 共有された解答

(7) 授業の振り返り

前述のように、2人の到着する時間の差を予想することができたのは、2人の走る速さを一定としたからであることをまとめ(図8)として確認し、毎時間後に実習校の先生が生徒に書かせているように、振り返りを書く時間を少し設けた。生徒の振り返りについては4. 授業の分析で詳しく触れることとする。

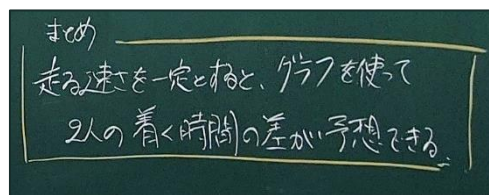


図8 授業のまとめ

4. 授業の分析

実践した授業の分析を、撮影した動画をもとに、2つの項目に分けて行っていく。

(1) 問題解決のための合意形成

以下は、3-6. 授業の実際の「(1) 課題を把握する」の直後の対話の一部である。

T22. よし。そしたら、どう？どうやって解決していこうか、今日。

C20. 先生の速さが…。

T23. ああ、先生の速さがなあに？

C21. わかんない。

T24. あ、先生の速さがわからないとダメ？書いてみようか。先生の速さが欲しい。他にもほしい情報ありますか？

C22. 北口から武田神社。

T25. 北口から武田神社までね。北口から武田神社まで、確かに距離ほしいね。ほかどう？

C23. 5区の長さ。

以上の対話から、「問題解決をするのに不足している情報に気づいている」ことがわかる。特に、C20. で発した「先生の速さが」から読み取ることができる。

また、以下は、その少し後の対話の一部である。

T36. ちなみに先生の速さって言ったけど、えっとあの、山本選手の速さは知らない？

C36. いります。

T37. いるよね？ほしいよね？どうしますか？選手の速さ。

C37. 秒速 400。

T38. 山本選手の速さはどう？どうする？

C38. 求める。

T39. あ、求める？どうやって求めますか？

C39. 5区の長さで。

T40. 5区の長さを、？

C40. タイムで割る。

C41. 1時間9分14秒。

以上の対話から、「問題解決に必要な情報を、別の情報から計算で得られると気づいている」ことがわかる。特に、C38.で、「求める」と発言していることから読み取ることができる。続いて、以下はその少し後の対話の一部である。

T52. この速さ、先生と選手の速さ、ばらばらでいい？というか、厳密にはだよ、おんなじペースで走れる？みんな。

C53. 走れない。

T53. 結構厳しい？でもだよ、みんな。急に速くなったり、急に遅くなったりする？

C54. いや、うーん、徐々に遅くなる？

T54. 急にはないよね？急には速くなったり、遅くなったりはないよね？でも、でも、ちょっと違う。どうしよう？数学的に解決するには。解いていくには。

C55. 同じにする。

以上の対話から、厳密には一定とはならない「速さ」というものを一定とみなすことで問題を解決することができそうだと推測できていることがわかる。つまり、「比例のグラフと走ることの関連付けができています」ことがわかる。

(2) グラフを用いた問題解決

3-6. 授業の実際で述べたように、生徒は、自身で作成した2人のグラフをもとに、筆者と山本選手が武田神社に着くまでの時間の差を求めた。図9、10は、グラフがかけていて、2人の到着する時間の差が大体読み取れている例である。77% (31人中24人) の生徒ができていた。

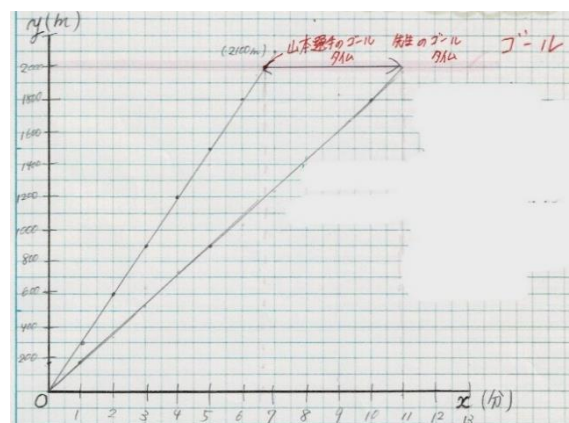


図9 x軸の2目盛りを1分とした場合

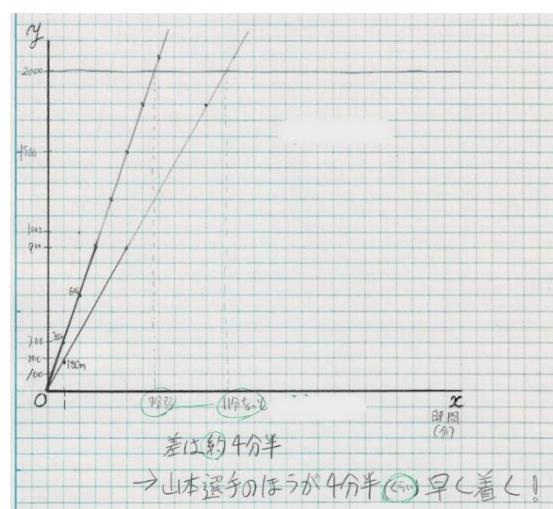


図10 x軸の1目盛りを1分とした場合

また、図11、12は、グラフはかけているが、

2人の到着する時間の差を読み取れていない生徒の例である。16%（31人中5人）の生徒がこのようなグラフになっていた。

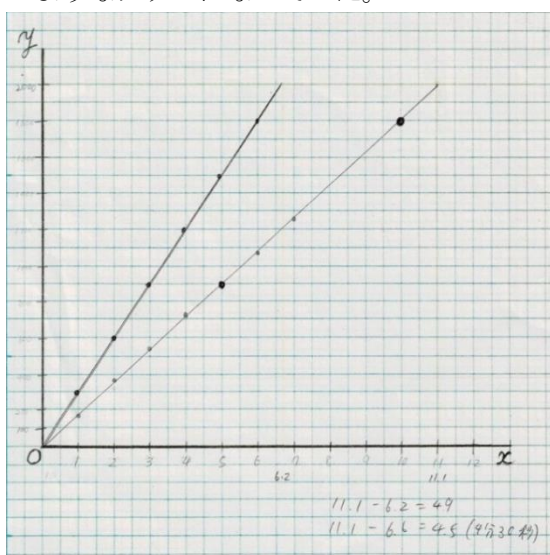


図11 x軸の2目盛りを1分とした場合

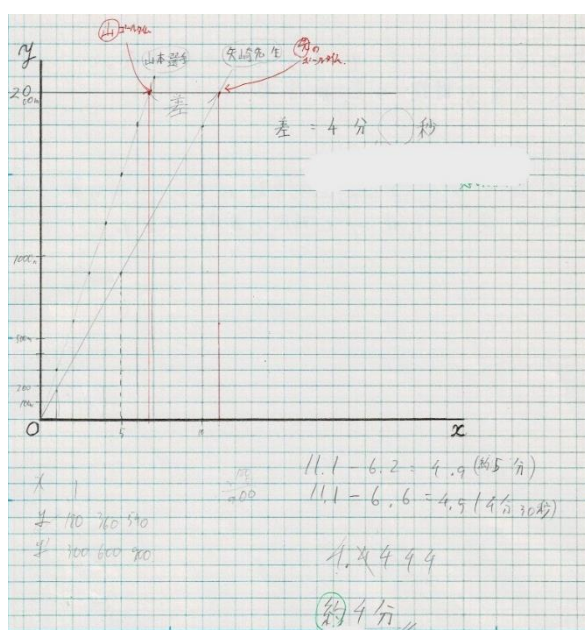


図12 x軸の1目盛りを1分とした場合

(3) 生徒の振り返り

授業後にワークシートの余白部分に書いてもらった振り返りを分類すると、大きく2つの内容に分類することができた。ポイント化されているのが生徒の実際の文章である。

(ア) 比例とみなした数量関係を活用する日常の問題をグラフで解決することのよさに気

づいている。

- 今日の問題は式や表を使うより、グラフを使って表した方がわかりやすい！
- (前略)そして、グラフですれば2つの差がわかりやすく表すことができる。
- グラフをかくと関係や時間と距離についてわかるということがわかりました。便利だなと思いました。
- 式で計算して割り切れない数でもグラフにして表せばだいたいの時間が求められることがわかった。
- 今回は目分量で分数を求めることができたが、正しい分数を求めるのにはグラフは良くないのではないかと思った。(←表す時間や距離の正確性には欠けることにも気づいている)
- グラフを使って解くと、差や経過がわかりやすくなった。もし速さが一定でなかったらどうなるのか考えてみたくなった。

(イ) 走る速さ(厳密には一定ではないもの)を一定とすることで、時間と距離の比例関係を表すグラフがかけることや、かくためのポイント、かけたグラフで求めたい時間が予想できることなどに気づいている。

- 比例をグラフに表すとき、きりがいいところだけをとって線を引けば、効率的に表すことができると思いました。
- グラフの点を取りやすくするために、yがきりの良い数になる数がかかることが大切だと思いました。
- 現実では一定ではないものを一定にして考えると、時間の差を予想できることがわかった。
- 私は、今回の授業で、一定にすることで、2人の着く時間の差が求められることがわかりました。2人のグラフをかいたとき、何をxにおくか何をyにおくのかで、求めるものも違うことがわかりました。今日のように、小数点のときは少し違ったりしていて、とても興味深かった。
- 速さを一定とすることで、時間とキョリに

比例の関係を見つけ、それをを用いてグラフをかくことができた。

5. 授業後の考察

分析を終えての考察を、成果と課題に分けて述べる。

＜成果＞

生徒の「わかる」につなげる教師の手立てを複数行ったことで、次の3つが得られた。

- ① 生徒は、既習の比例のグラフを応用させてかく必要性に気づくことができた。これは、生徒自身がかいた2つのグラフから、問題解決に必要な情報を読み取る活動を行ったためである。
- ② 生徒は、グラフを用いた解決のしかたを確認でき、グラフへの表し方もわかった。問題解決のための合意形成を丁寧に行ったためである。
- ③ 生徒は、数学的に表現・処理するために単純化・理想化された数量の関係をだいたい読み取れることに気づくことができた。これは、グラフで表す活動を行ったからである。

これらのことから、定義したわかる授業の、「日常の事象や既習事項を関連付けながら、数量や図形のさまざまな関係や特徴を捉えること」の部分は達成できたといえる。

＜課題＞

- ① 77%もの生徒がかけたグラフが、自力解決ではなく全体共有の間に完成された可能性があるため、グラフがきちんとかけていないまま問題解決に移ってしまった可能性がある。
- ② 得られた結果を、現実の世界に戻したときの妥当性を考えることができていないため、数学のよさに気づかせることができたかどうかは不安が残る。
- ③ 1時間のみの実践であったため、生徒がわかったことの積み重ねまで見取ることができなかった。

- ④ 授業動画を観ると、筆者自身が聞き取れないほど非常に早口で、生徒が処理する情報量が多すぎたため、生徒がわかるための負担になってしまった。

これらのことから、定義したわかる授業の、「数学のよさに納得することができる」の部分は、達成することができなかったといえる。

6. まとめと今後の展望

本研究の目的は、文部科学省で提唱されていた「わかる授業」の意味の解釈をし、中学校数学科の問題解決型授業で実践することによる生徒の学びを検証することであった。分析と考察を踏まえた結論としては、日常の事象や既習事項が関連付くことで、生徒たちは「わかった」と思え、新たな知識、考え方として獲得することができる。生徒の実態把握はもとより、教師の十二分な教材研究、教材開発、教具の有効的な活用、授業形態の工夫などによって、生徒の「わかった」という心理的な経験につなげることができる。今回の研究で得られたことを、今後の研究や教育現場での実践に生かしていきたい。

〇. 参考・引用文献

- ・中央教育審議会(2021)『『令和の日本型学校教育』の構築を目指して～全ての子供たちの可能性を引き出す、個別最適な学びと、協働的な学びの実現～（答申）』。
- ・文部科学省（2018）『中学校学習指導要領（平成29年告示）解説-数学編-』，日本文教出版
- ・佐伯胖(1995)『子どもと教育「わかる」ということの意味[新版]』，岩波書店。
- ・藤井斉亮，真島秀行他(2020)『新しい数学1』。
- ・山鳥重(2002)『「わかる」とはどういうことか—認識の脳科学』，ちくま新書。
- ・吉田明史(2011)「わかる数学の授業を構築するための基礎研究(2)」，奈良教育大学教職大学院研究紀要。