

「倍の見方」の指導に関する一考察

教育学研究科 教育実践創成専攻 教科領域実践開発コース 初等教育分野 山口国治

1. はじめに

割合は難しい教材の一つである。比例関係が捉えられないことや、2量を比べるときに倍の見方ではなく差の考えで問題を解決してしまう実態がある。このことは、過去の全国学力・学習状況調査の結果や、先行研究から示されている。改善にあたっての指導への示唆についても各種調査や先行研究から示されている。

早川(2003)は『同じ割合をつくる』活動を導入指導で行うことで、同じ割合をもとにして『比例の見方』を養うことができた。(p.23)と述べている。導入指導で「同じ割合をつくる」活動を行えば、児童は2つの数量の間に比例関係が内在していることに気づくことができる。そして、2量の割合同士を比べる場面では、比例関係を前提として、差の比較ではなく倍の見方で比べることができるのではないかと述べている。

石田(2022)は「二つの数量の関係と別の二つの数量との関係を割合を用いて比べる」問題の解答状況を値上がり問題と値下がり問題を用いて調査した。その結果、「二つの数量の関係と別の二つの数量との関係を割合を用いて比べる」ことが第4, 5, 6学年で困難であることがわかった。指導への示唆としては、「『割合の計算』に至る前段階として、差を使って比べることの不適切さを理解できるような活動を大切にしたい。」と述べている。

昨年度の筆者の研究では、「同じ割合をつくる」活動を第5学年の「単位量あたりの大きさ」で導入場面に位置付け研究を行った。同じ混み具合をつくる活動を導入に取り入れることで、異なる割合を比べる時に、割合の本質である、倍の考えで比べることや比例の考えを前提として問題を解決することができた。

平成29年告示の学習指導要領より、第4学年で「簡単な場合の割合」の学習が加わった。そこには「ここで育成される資質・能力は、第5学年の異種の二つの量の割合として捉えられる数量、割合、百分率などの考察に生かされる」(p.217)と記されている。本研究では、第4学年の学習に焦点を当てていく。

2. 研究の目的

筆者は、割合の導入場面や素地指導として、比例関係を顕在化することは大切だと考える。児童がさまざまな場面において「比例関係」を認め、倍の見方をするすることで割合の理解につながるからである。

第4学年の児童は、長さや重さ、時間といった量を比べるときに、差の考えで比べてきた。例えば5cmの鉛筆と3cmの鉛筆の長さを5-3をして差を2cmと求めてきた。第4学年の「倍の見方」の学習では「AとBの包帯はどちらが伸びるといえそうですか」という問題で、Aの伸びる前30cmと伸びた後60cmという同種の2量の関係を、同じく同種の2量の関係であるBと比べ、「倍の考え」によって3倍伸びるBと答えを出す。しかし、これまで量の比較を差によって比べてきたので、ここでは「差の考え」で解釈してもよいという考えが変容しない児童もいる。そして、後の学習においても割合で比べるべき2量を「差の考え」で比べようとする実態もある。

改善にあたっては、差と倍の両者を比べ、差の不適切さを理解できるような活動を行うことが示されている。

つまり、比例関係の顕在化、差の考えの不適切さ、これら2つの考えが表出する題材を考え、

授業実践を行い、分析をとおしてこれら2つの考えを大切にすることが「倍の見方」の理解を促すのに有効であったかどうかを検証することが研究の目的である。

3.研究の内容

学習指導要領では、第4学年で(同種の)二つの数量を比べる場合に、割合を用いる場合があることを知ることと記されているため、教科書6社はすべて同種の量を扱っている。しかし、比例関係を顕在化させるためには異種の量の方がよいと考える。また、差の考えも出やすいため(1)のような題材を考え、(同種の)二つの数量を比べる活動の前時に位置付けた。

単元名 「倍の見方」

- ・数量の関係に着目して何倍かを求める方法を考える(第一用法)・・・1時間目
- ・数量の関係に着目して比較量を求める方法を考える(第二用法)・・・2時間目
- ・数量の関係に着目して基準量を求める方法を考える(第三用法)・・・3時間目
- ・「同じ値上がり方」を調べる活動(たまごパックの問題)・・・4時間目(本時)
- ・二量の割合同士の比べ方について考える(包帯の問題)・・・5時間目

(1)題材について

① 必然性を伴う課題と数値設定

最近の物価高による物の値上げを導入で話題とし、「卵パック」の値上げについて考える。さまざまな種類の卵を売っている一つのお店が値上がり方を同じにして、卵を売る場面を設定する。

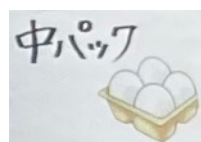
② 差と倍の考えについて

児童から比例関係を出したいので、まず「中パック」「大パック」を提示する。児童から「小パック」「1個あたり」などの他の見方を引き出すため、(図1,2)も提示する。

また、数値は差と倍の両方の見方ができる数値にした。(表1)

(表1) 問題で提示した表

	もと	後
中パック	100	200
大パック	250	□



(図1)



(図2)

問題「値上がり方を同じにする時、大パックはいくらですか。」から児童は「同じ値上がり方」について「差の考え」か「倍の見方」のどちらでつくっていけばいいか必然的に考えることになる。

(差の考え)

$$200 - 100 = 100 \quad 250 + 100 = 350$$

(倍の見方)

$$200 \div 100 = 2 \quad 250 \times 2 = 500$$

大パックも同じ値上がり方で考えるときは250円に100円足して350円とするのか、2倍して500円にするのか考えることになる。その考えの違いを「ひき算かわり算かどちらで考えればいいのか」を課題として設定して解決していく。

③ 比例関係の顕在化について

児童は日常生活での買い物の経験から、はじめに提示した中パックや大パック以外の他の大きさについても考えるであろう。より大きい特大パックの値段やより小さい小パックの値段といった極端な例を想定することで、比例関係を顕在化させることができる。

あらかじめその他の大きさと値段を設定しておくことで、もとの値段と後の値段を比較してどの大きさのパックも2倍の関係になっていることを理解できる。また、パック同士を比較して「小パック」から「中パック」はもとの値段も後の値段も2倍になっていることや、「1個の値段」から「大パッ

ク」は5倍になっていることなど様々なパックの値段を比較して比例関係を見出すことができるのではないかと考える。

4.研究の方法

令和4年度山梨県内の国立大学附属小学校第4学年33名を対象に行った。

先行研究にあたり指導への示唆を得ること、全国学力・学習状況調査から課題と改善例をまとめること、そして、そこから得た知見をもとに授業実践を行う。第4時間目の授業実践で得た、児童のノート記述、プロトコル、板書などから目的が達成されたか明らかにする。

5.授業の実際と分析

(1) 課題提示

問題「値上がり方を同じにする時、大パックはいくらですか。」(表1)を提示した。児童から出た答え、350円と500円に着目し自力解決に入った。

(2)自力解決

自力解決の考え(表2)は次の通りである。

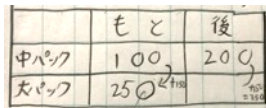
(表2) 自力解決の児童の考え

差の考え	10人
言葉	4人
式	7人
図など	2人
倍の見方	11人
言葉	1人
式	3人
図など	7人
わからない	8人
誤答 650円	1人

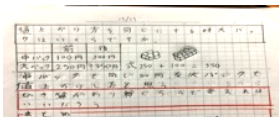
① 差で考える児童の実態

差の考えの児童が10人いた。4人は言葉で「中パックが100円値上げしているから、大パックも100円値上げして350円になる。」と考えていた。7人は式のみで、または式と言葉(is児)で、答えを出していた。表を横にみて、中

パックの値上げ前と値上げ後の差に着目している児童。表を縦にみて中パックの値上げ前の100円と大パックの値上げ前の250円の値上がり方が150円なので、中パックの値上げ後の値段200円に150円を足して350円と答える児童がいた。(kk児)



(図3)kk児

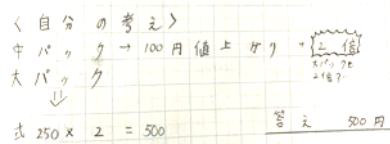


(図4)is児

これらの児童はいずれも自力解決の段階では、差で考えることの不適切さに気づいていない。中パックも大パックもどちらも100円値上がりをしているのだから、問題文の「値上がり方が同じ」の意味と合致していると捉えている。

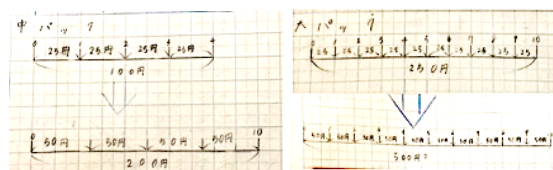
② 倍の見方で考える児童の実態

倍の見方で考える児童は11人いた。式で考えた児童は中パックが2倍だから大パックも2倍して $250 \times 2 = 500$ と解決していた。(図5)



(図5)

(ア) 1個の個数の値段の比例関係を捉えて線分図で表した児童hn児

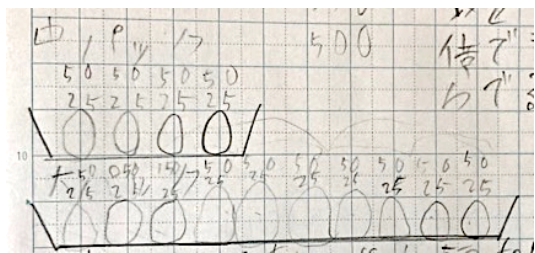


(図6)hn児

hn児は、中パックと大パックそれぞれ1個分の値段に着目した。(図6)

この後のwk児も1個分に着目しているが、素材の「卵パック」のイメージをつかむために提示した絵(図1, 2)には個数が示されている。児童は、パック以外にも個数にも着目して課題解決していくことになった。そしてそのことが1個分の値上がり方にも比例関係を見出す事になり、全体の「パック」も比例関係を見出していききっかけとなった。

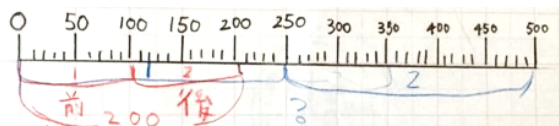
(イ) 1個の個数の値段の比例関係を捉えて図で表した wk 児



(図7)wk 児

wk 児は hn 児と同様に 1 個の値段を 25 円として、値上がり後の 1 個の値段を 50 円としている。個数が 2 倍になっていることから、パック全体も 2 倍になると考えている。(図7)

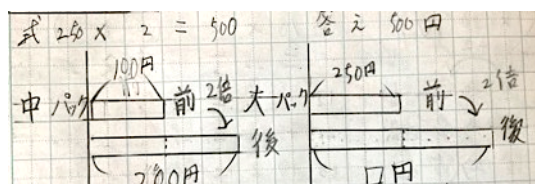
(ウ) 値上がり前を 1 として値上がり後を 2 とみて数直線に表した児童 st 児



(図8) st 児

st 児は、数直線に中パック大パックともに、もとの値段を 1 とみて、値上がり後の値段を 2 とみて数直線に関係を表した。(図8) 中パックは 100 円から 2 倍になっているから大パックも 2 倍になっていると比例関係を捉えることができている。さらに、「差の考えに対し、250 円から 350 円にいくと変だし (上の図を見て)」と自身の 250 円から 500 円と 2 倍した数直線上に 350 円 (?) と記している。数直線上の倍の考えと見比べることで差の考えの不適切さに気づいている。

(エ) テープ図と数直線図に表した kn 児



(図9) kn 児

kn 児は中パックと大パックのもとの値段と値上がり後の関係をテープ図と数直線図に表

した。(図9) 同様にテープ図と数直線図に表した児童は数名いた。児童は前時の 2 時間目の比較量を求める学習で同じ構造のテープ図と数直線をかき、立式し答えを出している。

このように、自力解決の段階では、差の考えと倍の見方で考える児童がいた。また、1 個あたりの値段に着目した児童もいたので、それらの値段を比較して比較検討では、比例関係を見出していくこととした。

(3)比較検討

①差の考え

まず差の考えから取り上げた。kk 児(図3) は表を縦にみて中パック 100 円から大パック 250 円は 150 円値上がりしているから $200 + 150 = 350$ で 350 円とした。次に is 児(図4) が表を横にみて、中パック 100 円が 100 円値上がりしているから、大パックも 100 円値上げして $250 + 100 = 350$ で 350 円になると説明した。

T31:中パックの元の値段が 100 円で後が 200 円に値上がりしているんだね is さん。

C51:中パックは同じ会社だから 100 円上がるのかなって。

T32:ここ (中 100 円) から 100 円値上げしたってこと。

C52:大パックも 100 円値上げしてんのかなあって思った。

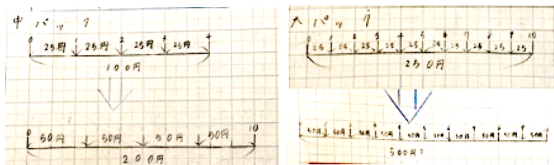
③ 倍の見方 (表を縦に見る)

差の考えの後、倍の考えを取り上げた。hn 児は卵 1 個分の値段に着目した。中パックは値上がり後 200 円で大パックは値上がり後は 500 円。それを踏まえて 1 個分の値段 25 円を求め、中パックと大パックどちらも 1 個の値上がり後は 50 円となることから同じ値上がり方をすると捉えていた。

C62:一つの卵が 25 円で中パックの時。大パックのときは 25 円ぴったりで。後の値上がりした方を 4 つに分けたら中パックは、50 円だったから大パックも 50 円だとして計算したら

500 円になるから私は 500 円になると思います。(図 10)

このとき差の考えの 1 個分については議論していない。

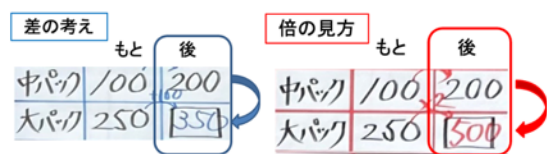


(図 10)

この考えに対して他の児童は C63「何となく。」C64「よくわからない。」と納得していない様子であった。差の考えのみの説明では、比べるものがないため、違いが捉えにくいことがわかったので、児童から 1 個分についての他の考えを發表させた。hn 児は続けて、

C71:中パックが 100 円値上げして大パックも 100 円値上げして 350 円なら大パックの方が大きいのに値上げの値段が少なくなるから。

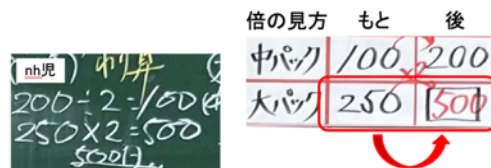
と差と倍の値上げ後の値段を比較して、差の考えだと値上がり方が同じではないことを説明した。差の考えの「中パック値上げ後の 200 円」をもとにすると、大パックは 350 円よりも、もっと値段が高いはずだと考えていることがわかる。(図 11)



(図 11)

④ 倍の見方 (表を横に見る)

nh 児は表を横に見て、中パックの 100 円から 2 倍しているから、大パックも同じように 2 倍して、 $250 \times 2 = 500$ と考えていた。(図 12)



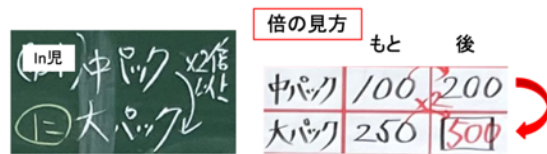
(図 12)

C78:100 から 2 に 2 倍してるから、それで 500 の方も、下の大パックの方も、250 を $\times 2$ にして、2 倍にして同じようにそんな感じで 500 円だと思う。

④ 倍の見方 (表を縦に見る)

in 児は、③の横に見る考えを理解しつつも、②の縦に見る考えを解釈しようとして、次のような発言をした。差の考えで中パック 200 円も大パックと同様に 2 倍以上値上がりしなければいけないのに、350 円と 2 倍にも満ちていないから差の考えだとおかしいと、縦の比例関係を捉えて倍の考えが正しい理由を説明していた。(図 13)

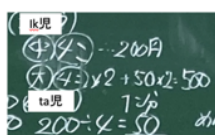
C89:大パックは中パックの 2 倍以上だから、
T63:もう一回言って
C90:大パックは中パックの 2 倍以上だから、
T64:これ (差の考えの 200 円→350 円) を言ってる？
C91:150 円 (値上げ後の中パック 200 円→350 円の差の 150 円のこと) だと少なすぎる。



(図 13)

ik 児は、in 児の考えを式表現で表して説明しようとしていた。(図 14)

C98:500 円の方なんですけど、中パックって 1 パック 4 個じゃないですか。それが 200 円じゃないですか。～ (中略) ～大パックは 10 個入ってるわけで 4 の塊が、2 個じゃないですか。



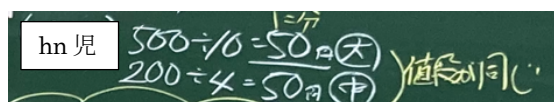
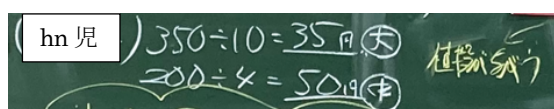
(図 14)

1個分の値上がり方を倍の見方だけではなく差の考えと比較すると、先ほどとは違い多くの児童が納得している様子であった。

値上げ後の卵1個の値段について考える。差の考えだと、中パック(4個)は $200 \div 4 = 50$ 円。

大パック(10個)は $350 \div 10 = 35$ 円となり、1個当たりの卵の値段が1個だと125円、4個

(中パック)だと50円、10個(大パック)だと35円となり値段がそれぞれ違うこと。一方倍の見方だと、中パック(4個)は $200 \div 4 = 50$ 円。大パック(10個)は $500 \div 10 = 50$ 円となり1個当たりの値段が同じになる。(図 15)



(図 15)

T82:1個分ね、1個が今いくら

C112:25円

T83:卵1個分で考えたんだね。1個分で考えた時に

C113:それだと合わない

T84:ひき算で考えた時は、1個の値上がりはいくらになるの、+100だから

C114:1個の値上がりは、125円

C115:それは50円

T86:の値上がりの仕方ね。値上がり方を同じにするんだね。

差の考え	もと	後	1個の値段
1個	25	125	125
中パック(4個)	100	200	50

大パック(10個)	250	350	35
大パック(10個)	250	350	35

倍の見方	もと	後	1個の値段
1個	25	50	50
中パック(4個)	100	200	50
大パック(10個)	250	500	50

C123「10円変わっちゃう」とは題意とは異なり「同じ値上がり方」にはなっていないことの説明である。差の考えだと1個25円が値上がり後は1個分が35円になり、倍の見方ではどちらも50円となり値上がり方が1個分はどちらも同じになっている。

C118:あの、分けるって言ったじゃないですか1個の値段を(差の考えで)350を10個に分けたら1個35円じゃないですか。でも普通の25円よりも10円しか上がってないじゃないですか。

C119:ここ(差の考えの□)がもし大パックが100円上がった時に、大パックが10個だから1/10して35が10個できる。

T88:35ってなんの数。

C120:35は350を10で・・・

T89:そうなんだけど35ってなんの数。

C121:1個の数、値段。

C122:で10円しか上がらない。

C123:中パックは値上がりすると50円になるんですよ、割れば4個だから250円を大パックは350円にして10で割ると35になっちゃうから値上がりした一つの値段が、中パックと大パックで1個の値段が変わっちゃうから、10円変わっちゃうからそれだと同じになってないから。

T90:hnさん。

C132:これは中パックと同じで50円になって大パックが $500 \div 10 = 50$ 円になるから、こちらの方が値段が一緒で、同じ値上がり方になる。

このように同じ値上がり方の根拠を1個分(1個あたりの値段)で比べ、倍の見方で考えた方が適切であることを説明できた。

⑤ 「何が同じ」を問う場面

1個分の値上がり方を差と倍の両者で見比べることで多くの児童が差の考えの不適切さに気づいた。しかし、まだわからない児童も数人いた。そのため今度はパック全体に着目した。自力解決の時点で図9のkn児と同じ数直線で考えたhk児が書いたテープ図と数直線をもとにして考えていった。

また導入で「1個」や「特大パック」に目を向ける児童がいたので、中パックと大パック以外の大きさも児童と一緒に黒板に記していった。(図16, 17)

差の考えと倍の見方の両者を見比べた。差の考えでは1個分の値上がり後は「高い。」特大パックになると「他と比べて売れてしまう。」といった見方。倍の見方では「全部平等。」といった見方をした。

改めて「何が同じか。」問うと、差の考えでは、小パックから特大パックまで全て「100円値上がりしていること」が同じ。倍の見方では、小パックから特大パックまで全て「2倍値上がりしていること」が同じに児童は気づくことができた。

T96:isさんうなずいています、

C135:同じにしたつもりだったけどしてなかった。

T97:こっち(差)で考えて同じにしたつもりだったけどしてなかった。

C136:どっちも同じなんだけどね。

T98:どっちも同じって何が同じなの。

C137:(差)350円の方はどっちもプラス100円してるし(倍)500円の方はどっちも×2してるからどっちも同じなんじゃないかな。

T99:値段が違うとなんでいけないの。

C138:だって大パックの方が売れちゃうから。

C139:大パックはお得だ。

C140:青の350円の大パックの方が安いから、すごいいっぱい買うようになっちゃう。

C141:大パックはお得になっちゃうっていっぱい買ってなくなっちゃう。

T100:値上がり方を同じにする時。

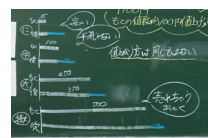
C142:500円の方がいい。

C143:でもそれなら逆にいいじゃん、それより(中パック)高いけどお得だから。値上がりしてることは値上がりしてるけど。

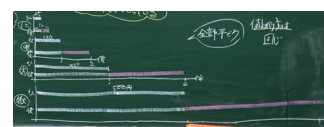
C144:正確なのは500円でしょ。

差の考えと倍の見方を改めて見比べた。児童からは、差の考えでは1個分の値上がり後は「高い。」特大パックになると「他と比べて売れてしまう。」といった見方をした。

倍の見方では「全部平等。」といった見方をした。



(図16)



(図17)

このように、倍の見方で考えるためには、差の考えと倍の見方を比べることや、比例関係を顕在化させること、何が同じかを問うこと、そして共通点と相違点を見出すことが差の不適切さを感じ取るために大切だということが明らかになった。

(4) まとめ・振り返り

最後に、「値上がり方を同じにする時はもとの値段を1とみて倍で考えて比べる」とまとめていった。

学習感想には、iw児「値上がり方を同じにする時は、わり算や倍を使って計算することがわかりました。最初は350円だと思っていたけど、わり算やテープ図、1この値段を考えれば500円になることもわかりました。」in児「値上がり方を同じにする時はもとの値段を1とみて考えるとかんたんな気がする。」is児「さいしょはひき算だと思っていたけど、knさんhnさんからテープ図のことを教えてもらって全部平等にしなければならないことがわかった。」といったように、もとの値段を1とみて倍の見方で考えることや、1個あたりの大きさを比べることで、同じ値上がり方について考えることができたことが明らかになった。

(5) 次時の様子

「同じ値上がり方」を調べる活動(4時間目)を行った後に、基準の異なる2量の割合を比べる授業(5時間目)を行った。

5時間目は、全ての児童が倍の見方で包帯Aと包帯Bの伸び方を考えた。倍の見方で2倍3倍を比べ、3倍伸びるBがよく伸びると判断できた。(表3)

(表3) 児童の考えの変容

	同じ割合を作る (本時)	基準の異なる 2量の割合を比べる
素材	卵パック	包帯
差の考え	10	0
倍の見方	11	33

6. 研究のまとめ

成果として、「卵パックの個数と値段」といった異種の量が内在している素材を扱うことで、児童は1個分に注目して、比例関係を捉えることができた。1個の値段だけではなく、4個のまとまりの値段といったように、さらに大きな括りでも「個数」と「値段」には比例関係が成り立っていることを理解することができた。

次に、差の考えと倍の見方が表出するような数値設定が大切であることが明らかとなった。

また、問題文の意味に答え方が左右されることもわかった。例えば差の考えも「中パック大パック共に100円値上がりしている」し、倍の見方も「中パック大パック共に2倍している」し、どちらも「値上がり方はどちらも同じ」と捉えていいのではないかという実態があるということである。しかし、「何が同じ」かを問うことで、「2倍が同じ」ことを捉えることができ、「問題の意味」を問うことで、倍の見方は「全部平等」と「値上がり方が同じ」ことに気づき差の不適切さを感じ取ることができた。差の考えと倍の見方を比べることで差の不適切さが明確になった。

そして、「同じ割合をつくる活動」を基準の異

なる2量を比べる前時に取り組むことで、「倍の見方」で割合同士を比べることができた。

課題としては、比例関係を捉えやすい数直線は何か吟味する必要があった。本時では値上げ前と値上げ後の数直線は倍を求める包含除の意味合いを持つ数直線であった。素材が異種の量であり、比例関係を視覚的に見やすくするためには、1個あたりを見やすくする等分除の意味合いを持つ数直線を示す方が良かったのではないか。一方が2倍3倍になればもう一方も2倍3倍になるといった比例関係については、今後学習する。しかし、これまで児童は既習の「かけ算」や「変わり方調べ」において比例につながる素地として学習してきている。既習との関連、そして今後の学習との関連を考えたときにより比例関係を意識できるような数学的表現方法を選択していく必要がある。

山口(2021)の実践からも異種の量である「単位量あたりの大きさ」において、比例関係を捉えられず差の考えで「混み具合」を考える児童の実態が明らかになっている。差と倍の見方を対峙させることは、本研究のように第4学年で扱うだけでなく、単位量や割合、比の学習などにおいてその都度行う必要がある。このような割合に関する問題を解決する際、常に比例関係を前提として捉え、問題を解決していく児童を育てていきたい。

引用・参考文献

- 早川健(2003)。「同じ割合」に焦点を当てた割合指導の導入. 日本数学教育学会会誌, 85(12), 17-30.
- 石田淳一(2022)。「二つの数量の関係と別の二つの数量との関係を比べる」問題の解答状況に関する調査研究-値上がり問題と値下がり問題を用いて- 日本数学教育学会誌, 104(10), 2-11.
- 文部科学省(2018). 小学校学習指導要領(平成29年告示)解説算数編. 日本文教出版.
- 山口国之(2021)。「単位量あたりの大きさの指導の一考察」, 山梨大学教職大学院令和3年度教育実践研究報告書, 135-142.