数学的に説明する力を育てる研究

教育学研究科 教育実践創成専攻 教科領域実践開発コース 中等教科教育分野　佐藤亮太

1. 研究の動機・目的

数学的に説明することは、証明の問題だけでなく、どの領域においても必要な能力である。また、自分の考えを説明することで、自分の理解を深めることができる。しかし、筆者の中学時代、自分の考えを相手に伝えたり文章に表したりして説明することが苦手であった。

平成 25 年度中学校指導要領実施状況調査の中で、「数学の授業で、自分の考えを説明し伝え合う授業はありますか」という問に対し、56.7%の生徒が「そうしていない・どちらかと言えばそうしていない」と回答した。このことから、説明する活動を取り入れた授業を、教師が行っていない事も問題であることが考えられる。また、国立教育政策研究所は、令和４年度全国学力学習状況調査の記述式の説明する問題を３つに分類した。

①見いだした事柄や事実を説明する問題（事柄・事実の説明）
②事柄を調べる方法や手順を説明する問題（方法・手順の説明）
③事柄が成り立つ理由を説明する問題（理由の説明）

筆者は、昨年度の研究において、生徒がデータの傾向を読み取り、１次関数と見なして問題を解決する際の説明について考察をした。これは、上記の②方法・手順の説明に該当する。しかし、令和４年度全国学力学習状況調査の大問９（２）は正答率が 13.3%と低く、③理由の説明（証明）に課題があると考えられる。そのため、本年度は、③理由の説明に焦点を当てて研究を進めていきたい。

したがって、研究の目的は、生徒の数学的に理由を説明する力を育てるために、生徒が自らの説明を修正する活動を取り入れた授業実践を行い、その有効性を検証することと設定する。

2. 研究の方法

本研究の目的を達成するために、以下の方法で研究を進めた。

①説明する活動に焦点を当てた先行研究について調査・分析する。
②先行研究から得られた示唆をもとに、教材研究をし、生徒の数学的に説明する力を育てる授業を実践する。
③実践した授業のプロトコルや生徒のワークシートを分析・考察することを通して、研究の成果と課題をまとめ、本研究の結論を述べる。

3. 研究の内容

3.1 先行研究の分析

中学校数学における説明する活動に焦点を当てた先行研究について、調査・分析することで、生徒の説明する力を育てるための手立てについての示唆を得る。ここでは、荒井ら(2018)の「中学校数学における説明する能力の向上に関する研究―星形五角形の授業実践を通して―」を挙げる。

この先行研究は、「生徒を根拠に注目させるために 『不十分な説明をわかりやすい説明にする』ことを取り入れた授業実践について述べ、その授業において、生徒が説明を改善していく様子を分析する。そして、説明する能力の向上に対する示唆を述べる」ことを目的としている。

（１）授業実践について

対象は公立中学校第２学年である。授業の目標は、「既習の知識を用いて、星形五角形の先端にできる５つの角の和の求め方を説明することができる」であった。次に、授業実践の概要は以下のようであった。

①星形五角形という図形の名前を確認し、星形五角形の角の大きさを求める問題を２問解いた。全体で答えを共有した後、星形五角形の先端の５つの角の和は 180° になりそうであることを予想した。
②図１を示し、グループで話し合いながら、それを分かりやすい説明に改善した。

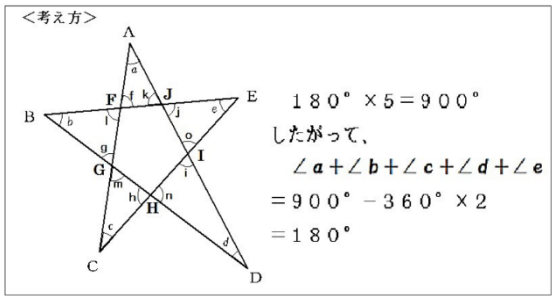


図１　根拠が不十分な式だけの考え

③グループの説明を黒板へ提示し、１人の生徒が口頭で説明して考え方を共有した。
④分かりやすい説明にするために、図１の式だけの考えに何を加えたのかを考えて、まとめた。

（２）荒井らの考察

荒井らは、式だけで書かれている説明をより分かりやすくするために、式の意味を考え、何を根拠にしているかを検討する場面を考察した。その結果、説明の対象となる図と式を既習の知識とどう結びつけるかが話し合われていることが分かった。既習の知識を想起するだけでなく、それが今問題になっている図や式にどう対応するかをつかむことが、その知識を根拠と認める上で重要であると述べている。

3.2 先行研究から得られた示唆

荒井らの先行研究より、生徒の説明する力を向上させるために、次の２つの点を取り入れた授業を行う必要があると考える。

①式だけの考えを先に提示する ②説明を修正する活動を行う

①は式だけの考えを先に提示することである。式だけの考えを提示することで、どの図形に着目しているのか、何の既習知識を使った考えなのかを生徒が思考するようになり、根拠に注目させることができる。また、分かりづらい説明に触れることで、自分はより分かりやすい説明を書こうとする態度を育てることができると考える。

②は説明を修正する活動を行うことである。これにより、問題のどの図形において、何の既習知識を根拠として用いたのか明確にするようになる。それだけでなく、分かりづらい説明を修正することで、分かりやすい説明に必要な要素について気づき、後の証明の学習へとつなげることができると考える。

3.3 授業実践の観点

ここでは、先行研究から得られた示唆を取り入れ、星形五角形の先端の角の和が 180° になる説明を考える授業実践の特徴について述べる。

（１）課題の提示

本実践の目標は、「星形五角形の先端の角の和が 180° になることを説明しよう」である。この課題を提示する際、生徒に星形五角形の先端の角の和が 180° であるという見通しを持たせる必要がある。そこで、GeoGebra を用いて星形五角形を提示する。これにより、星形五角形の先端の角度を表記して足し合わせることで 180° になることを示したり、頂点を動かしても先端の角の和が 180° になることに気づかせたりすることができる。

（２）自力解決

荒井らの授業実践においては、教師が式だけの考えを提示し、生徒はその説明について話し合うという授業であった。そのため、生徒の自力解決の時間はなかった。しかし、自力解決の時間をとることで、生徒の学習に取り組む意欲や思考の流れを止めずに授業を進めることができると考えた。また、星形五角形は生徒からすると複雑な図形であるため、色々な考えを思い付く生徒もいれば、手が止まってしまう生徒がいると考えられる。そこで机間巡視をし、手が止まっている生徒には、前時までに学習した矢じり型を星形五角形の中から見つけさせる。

（３）全体検討

あらかじめ、自力解決の時間中に机間巡視を行い、発表させる生徒を決めておく。その後、

その生徒に式または図だけを発表させ、その考えについて他の生徒に説明をさせる。これにより、不十分な式または図だけの説明から、根拠となる既習知識は何なのか、説明に不足しているものは何かを考えさせることができると考える。また、発表する生徒の発言の中で、根拠となる既習知識や分かりやすく説明するための工夫などを積極的に認めておく。そうして、次の活動の「分かりやすい説明に必要なこと」を生徒が気づけるようにしておく。

（４）わかりやすい説明に必要な要素

全体検討後に、分かりやすい説明に必要な要素について生徒に考えさせ、発表させる。根拠を明確にしたり、角に文字を置いたりすることで説明が分かりやすくなり、根拠の必要性に気づかせることができる。また、ここでの気づきを後の証明の学習へとつなげていく。本実践における分かりやすい説明の対象は、自身ではなく説明を聞く相手とする。

（５）自分の説明を直す

他の人の説明を聞いたり、説明に必要な要素について考えたりした後、生徒に自分の説明を見直し修正する時間を取る。自分の考え・説明を振り返り、不足している部分を補うことを通して、図や式に既習の知識とどう結びつけるかを考えさせることができる。これにより、自分の理解を深めることができると考える。

4. 授業の実践

4.1 授業実践の概要（どこで誰に、ねらい等）

本研究では、中学校第２学年の平行と合同の単元において全２時間の授業実践を行った。授業実践の概要は以下の通りである。

日付：令和５年 11 月 15・17・18 日

対象：山梨県内の公立中学校第２学年３クラス

第１時…星形五角形の先端の角の和が 180° になることの説明を、既習の知識をもとにして考えることができる。

第２時…星形五角形の先端の角の和が 180° になることを分かりやすく説明するために必要な要素について気づかせる。それをもとに自分の説明を修正させることで、自分の説明を振り返り、分かりやすく説明できるようにする。

4.2 授業実践の実際

授業を行った３クラスのうち、１クラスの第１時、第２時について、授業実践の実際を具体的に述べていく。

（１）１時間目

①星形五角形を提示

あらかじめ星形五角形を作図しておいた GeoGebra ファイルを教室のスクリーンに提示した（図２の右側）。次に、この図形の名前について確認した。生徒は、形に関しては即座に「星形」と解答することができた。しかし、何角形かを問うと、「五角形のなんか無くなったやつ？」や「５と３と５」と発言をし、少し混乱している様子であった。そのため、GeoGebra 上で、五角形と星形五角形を作図して見せた。

T４：みんながさ、知ってる五角形で書きますね。みんなが知ってる五角形っていうのはさ、５つの点があったら、まず A から始まって、B、こうやって順番に点を取っていくと、みんなが知ってる五角形になりますね。で、これを１個ずつじゃなくて、例えば A から始まったら B じゃなくて C っていうように、こう１個飛ばしで点を結んでいくと。

S４：おぉ。

T５：こんな感じで星形五角形になります。

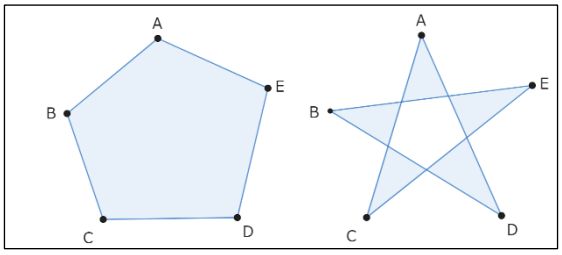


図２　GeoGebra での星形の作図

図２の左側の五角形 ABCDE を作図した後、５つの点を点 A→点 C→点 E→点 B→点 D→点 A の順に一つ飛ばしで結ぶことで星形五角形となることを説明した。

②問題、目標を把握

星形五角形の先端の角に注目させ、５つの先

端の角の和について予想させた。生徒は、「360°、180°、540°」と予想した。その後、GeoGebra 上で星形五角形の先端の角度を表示し、先端の角の和が 180° になることを計算して示した。そして、星形五角形の頂点を自由に動かし、様々な形に変形する星形五角形の一般の姿を観察した（図３）。生徒たちは、形を変えても先端の角の和が常に 180° になるのではないかと予想し、その理由を追求し始めた。

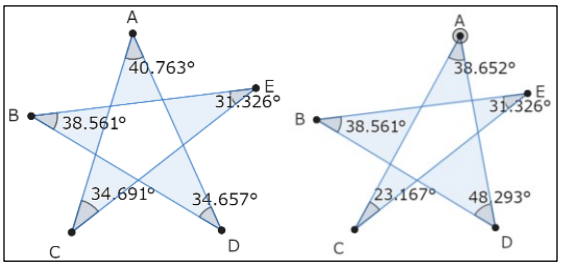


図３　先端の角の和を示した図

その後、目標を提示した。

星形五角形の先端の角の和が 180° になることを説明しよう。

③既習知識の確認

前時までに学習した平行と合同の単元の内容で、説明の根拠となりそうな次の事柄を発表させた。

・三角形の内角の和は 180°
・三角形の外角はそれと隣り合わない２つの内角の和に等しい
・多角形の内角の和は 180×（n－２）
・多角形の外角の和は 360°
・平行線の同位角、錯角は等しい
・対頂角は等しい

④自力解決

まず、個人で説明を考える時間を 20 分間とった。机間巡視をしている中で、手が止まっている生徒が多く見られたため、５分経過したところで、K.K 生を指名し、その生徒の考えを黒板の図にかかせた（図４）。その後、次のように発問した。

T20：今ちょっと、K.K 生にこんな風に赤ペンで囲ってもらいました。この形、何か見覚えないですか。
S18：矢じり型。
T21：お、矢じり型。矢じり型の性質何かありましたよね。覚えてますか。
S19：内角の和は外角になる。
T22：そうだね。今、言ってくれたんだけど、この角全部足すとどこになるんだっけ。
S20：その股になっているところ。（弧を板書）
T23：そうね。こうやって、この赤いところの先端の角、∠a、∠b、∠c を足すと、この青いところになる。これ、前回やった矢じり型の性質にありましたよね。ここからどうしたらいいですかね。
S21：例えば、対頂角。
T24：対頂角。ちょっとヒントですね。ここから対頂角を使えばできそうだな。ここまできたら、分かりそうじゃないですか。じゃあここで一旦皆さん、また自分で考えてみてください。

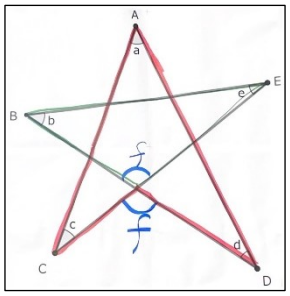


図４　矢じり型の考えの板書

⑤全体検討

３名の生徒の考えを取り上げた。まず、すでに板書されている K.K 生の考えについて、他の生徒に説明をさせた。説明の場面は、次の通りであった。

O.T 生：あのー、この矢尻型のこの∠a と∠d と∠c の合計はここになるわけです。で、その対頂角ここになるんで、ま、ここは a＋c＋d になる。で、ここで三角形ができるので、その三角形の内角の和は 180 なんで、この全部の数を足したものは 180 です。
T28：はい、ありがとうございます。皆さんわかりましたか。O.T 生さん、説明の中でここって言ってたんだけど、こういう時

どうしたらいいと思いますか。
S25：名前を付ける
T29：お、じゃあ、ここどうしますか。
S26：f（f を教師が板書）

また、説明の中で用いた性質を書いた用紙を、その図形の近くに掲示した。続いて、O.T 生に自分の考えの図のみを板書させ（図５）、他の生徒に説明させた。

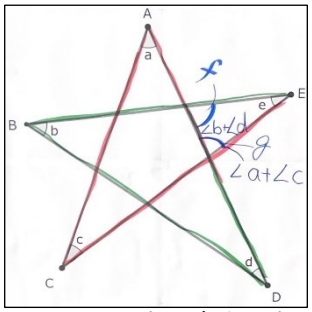


図５　O.T 生の考えの板書

S.A 生：えー、三角形の外角は、それと隣り合わない２つの内角の和に等しいという性質を使って、この三角形の、ここは∠b と∠d を足した大きさで（∠b＋∠d を板書）、ここの三角形のここの外角は∠a と∠c を足した大きさなので（∠a と∠c を板書）、そしたら、ここ、ここに三角形ができて、ここの三角形の、 あー、内角を全部足すと 180°になります。
T33：はい、ありがとうございます。
K.K 生:f と g 書いといた方がいいんじゃない。そしたら文章ですらすら書けると思う。
T34：お、今、塩島さんは∠b＋∠d って書いてくれたんだけど。
K.K 生：そこ f でいいんだよ。
T35：分かりました。変えますね（f を板書）。ここが∠f でいい？こっちが？
KK 生：g。（g を板書）

同様にして、A.K 生に自分の考えの補助線のみ板書させた（図６）。全体で補助線が星形五角形のどの辺と平行なのかを確認した後、他の生徒に説明をさせた。

K.K 生：考えながら説明します。どこからいこうかな。これがここにきます。
T42：なんでそこにいくんですか？
K.K 生：錯角。錯角が等しいから。えーじゃあこれが違うわ。合ってる。合ってるか。これがここにきます。そうすると、ここに行きます。e が∠b の上半分のとこに。
S.A 生：名前を付けなさいよ。
K.K 生：はい、じゃあここ e'。でこの e’がここにも来ます。はい、で、ここも辿ってみると c なんですよ。これ c’。で、これ d’。で最後のここ、これは f。一直線上にあるので 180°。

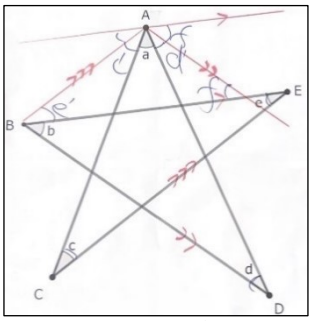


図６　A.K 生の考えの板書

（２）２時間目

①前時の復習

前時で取り上げた３つの考えを黒板に提示し、それぞれの考えをもう一度生徒に説明させた。説明を聞く生徒には、どんな説明をしているのかに注意をさせて聞くように促した。

②分かりやすい説明に必要なポイント

前回と本時を通して、説明に必要なポイントについて生徒に考えさせた。まず、個人で５分間考えさせてから、発表をさせた。実際に出た意見は次の通りである。

ⅰ.式や図を用いて説明すること
ⅱ.どの性質を使ったのかはっきりさせる
ⅲ.棒や指で説明している箇所を指す
ⅳ.赤色などで色を使って分ける
ⅴ.∠f など説明がしやすいように角に名前をつけて分かりやすく伝える

③自分の説明を修正

②の説明に必要なポイントを参考にして、自

分の説明を修正する活動を行った。その際、生徒の修正する前後を見取ることができるように、消しゴムで消すのではなく、色ペンで付け足したり２本線で訂正したりするよう指示を出した。修正する時間は８分間とった。

④グループワーク

３、４人のグループを作らせ、自分の修正後の説明を発表させた。まず、自分の修正後の説明を発表してから、どこを修正したのかを伝える。その後、分かりやすかった部分についてグループで話し合うように指示した。

⑤まとめ、学習感想

生徒に授業について振り返らせながら次のようにまとめをした。

> 使った性質を示したり、図を用いたりして、星形五角形の先端の角の和が 180° になることを説明できた。

生徒に学習感想を書かせ、授業を終了した。

4.3 授業実践の分析・考察

筆者が行った授業実践について、分析・考察を行っていく。

（１）課題の提示

導入部分で、GeoGebra を用いて星形五角形の作図の過程を示しながら説明をした。これにより、多くの生徒が星形五角形という名前につまずくことなく、授業を進めることができたと考える。また、GeoGebra 上で、星形五角形の先端の角度を表示し、頂点を動かした。これにより、どんな形の星形五角形でも先端の角の和が 180° である見通しを持たせることができた。以下の場面から読み取ることができる。

（GeoGebra で先端の角度を表示）

T8:（中略）じゃあ、今、この形の星形だと 180° になりました。例えば、この点 a をちょっと動かしたり、 少し違う形にしたら、この 180° 変わると思いますか。

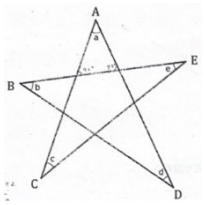
S8：変わらない。

T9：お、変わらない。じゃあ、この 180 のところに注目をして、今から僕が点 a を動かしてみたいと思います。じゃん。こうやって a とか c とか d 変わってますね。どうです。変わってますか。

S9：変わってない。

（２）文字を使わない生徒の説明

生徒のワークシートを分析していると、多くの生徒は文字を使って説明を考えていた。しかし、U.A 生は、図７のような説明を記述していた。説明については、文字が小さく見づらいため書き起こした。



多角形の外角の和は 360°
五角形の１つの外角は 72°
180° − (72° + 72°)をして 36°
360° × 5 = 180°

図７　U.A 生の考え

この考えは、星形正五角形と考え、内側の正五角形の１つの外角を求める。そして、外側の一つの三角形の底角が、正五角形の外角になるため、三角形の内角の和を用いて先端の角度が分かり、先端の角度が 180° であるという説明である。生徒がこのような誤答をしないために、自力解決をする前に、先端の角に文字を置いて説明するということを全体で確認したり、ワークシートの図形を星形正五角形と見られないように崩した図形にしたりする必要があったと考える。

（３）自力解決中の手立て

自力解決の序盤では、多くの生徒の手が止まっていた。そのため、途中で矢じり型を使った考えの生徒に図のみを板書させた。これにより、多くの生徒が手を動かすようになった。以下の K.S 生の学習感想からも、手立ての有効性を読み取ることができる。

> ・最初は求め方が分からなくて、手が止まっていたけれど矢じり形を見つけたときは、かんたんに求めることができて楽しかったです。もっといろんな図形を求めたいなと思いました（K.S 生）

（４）説明に必要なポイントについて

１時間目の全体検討で、O.T 生の説明について、筆者が「ここ」という言葉に言及して、全体に問うた。これにより、次に S.A 生が発表した際にも、K.K 生が文字で置いた方がいいとい

うような発言をした。また、生徒が発表をしている際に、根拠となる性質を書いた紙を掲示した。これらのことによって、説明に必要なポイントに「ⅱ.どの性質を使ったのかはっきりさせる」や「ⅴ.∠f など説明がしやすいように角に名前をつけて分かりやすく伝える」が挙げられ、生徒に意識付けることができたと考える。

（５）生徒が修正した説明

生徒が修正した説明について分析していく。まず、全体検討で O.T 生が説明した考えと同じ考えの I.M 生の説明（図 8）である。この生徒は、自力解決においては、式のみしか書かれていない状態だった。しかし、修正後は、∠F や∠G と文字を置いたり三角形の内角の和が 180° であることを明確にしたりして説明している。このことから、全体検討で不十分な生徒の説明（図のみの考え）を他の生徒が説明することで修正の手本を生徒に見せ、その後に自分の考えを修正する時間を設けることで、生徒が自分の説明を見直し、修正していくことができたと考える。

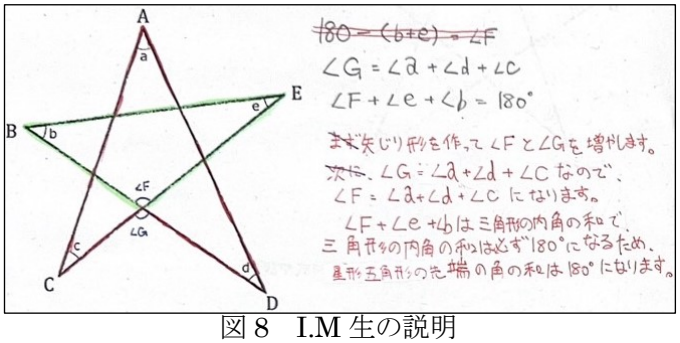


図 8　I.M 生の説明

この生徒がグループワークで説明した場面からも、自分の中で理解をし、相手に分かりやすく、簡潔に説明できていることが分かる。

I.M 生：　K.K 生の参考にしたため、説明も、最初は説明も何もなかったんですけど。矢じり型を作って、∠f と∠g を増やします。∠g＝∠a＋∠b＋∠c なので∠f＝∠a＋∠b＋∠c になります。∠f+∠e+∠d は三角形の内角の和になるので、三角形の内角の和は必ず 180° になるため、星形五角形の先端の角の和は180° になります。

次に、図 9 の O.M 生の考えについてである。説明の修正前においては、I.M 生と同様に式のみであった。これだけでは、どのような考えなのかが分からない。しかし、修正後の説明では、根拠を明確にし、どの図形に着目しているのかを図に書き込んでいることが分かる。これにより、生徒は自分の考えを見直し、ワークシートを見ただけでも分かりやい説明となったことが分かる。

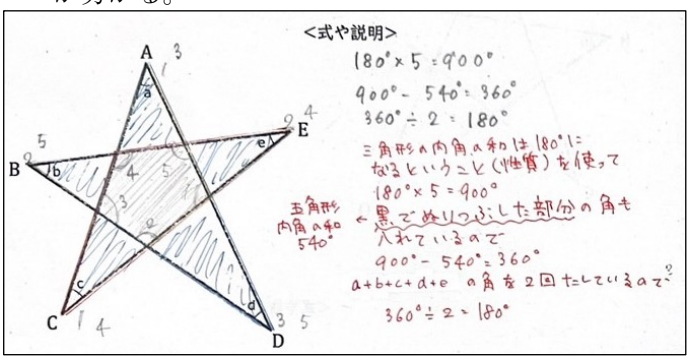


図 9　O.M 生の説明

5. 成果と課題

5.1 成果について

授業実践の成果について述べる。得られた成果は以下の２点である。

①説明に必要な要素を生徒に気づかせることができた。

②生徒が自分の説明を分かりやすく修正することができた。

①について、１時間目の全体検討において、不十分な説明（図のみ）を発表させ、他の生徒に説明させたり、教師がどうしたらもっと分かりやすくなるかを考えさせたりした。これにより、生徒に分かりやすい説明に必要な要素を気づかせることができたと考える。また、その後の「説明に必要なポイント」では５つ挙げられ、分かりやすい説明に必要な要素を明確にして全体で共有することができた。以下の学習感想からも、読み取ることができる。

・説明に大切なことがわかった。（H.S 生）
・やはり、図を使ったり、線を引いたりすることで、分かりやすく、伝えたいことも分かりやすく伝えられるということがわかった。（U.Y 生）

②について、全体検討後に、分かりやすい説明に必要なポイントについて生徒に考えさせ、自分の説明を修正する時間を設けた。これにより、生徒は根拠を明確にしたり文字を置くなどの工夫をして自分の説明を修正したり、自分の考えを深めたりすることができた（図 8、図 9）。以下の学習感想からも、読み取ることができる。

・星形五角形という求めたことのない形でしたが、今まで習った性質や解き方を思い出しながら 180°になることを求められた。分かりやすい説明の仕方を知り、自分の考えを前よりも分かりやすく伝えることができた。（O.K 生）
・他の人の意見を聞いて、自分の意見を深めることができました。（O.M 生）
・いままでよりも分かりやすく説明できるようになりました。（K.K 生）

5.2 課題について

次に、授業実践の課題について述べる。得られた課題は以下の２点である。

①課題の把握を丁寧に行う必要があった。

②生徒が自分の説明を自発的に修正できていなかった。

①について、U.A 生は星形正五角形と考えて、説明を考えていた（図 7）。そのため、どんな星形五角形でも先端の角の和が 180°であることを説明するためには、どうしたらいいかを考えさる。その後、先端の角に文字を置いて説明するということを共有しておく必要があった。また、ワークシートの星形五角形の形を崩し、星形正五角形と見間違わないような工夫も必要であった。

②について、本実践では、全体検討後に自分の考えを修正する時間を設けることで、生徒が自分の説明を修正していた。しかし、修正する時間を設けなければ、生徒が自分の説明を修正することはなかった。生徒の望ましい姿として、全体検討で他者の説明を聞き、自分の説明と見比べ、自発的に修正をすることである。そのため、全体検討中に他者の説明を聞き、自分の説明を修正するように指示を出すことで、全体検討後に修正する時間を設ける必要がなくなるとともに、それを習慣づけていくことで、生徒が自発的に自分の説明を修正していくことができると考える。

6. 本研究の結論

本研究の目的は、「生徒の数学的に理由を説明する力を育てるために、生徒が自らの説明を修正する活動を取り入れた授業実践を行い、その有効性を検証すること」であった。

説明に必要なポイントを考えさせ、生徒が自分の説明を修正する時間を設けることで、生徒が根拠を明確にしたり新しく文字を置いたりして、分かりやすい説明に修正することができた。しかし、説明を修正する時間を設けなければ、生徒は自分の説明を修正することがないという課題が明らかとなった。

今後の課題として、本研究では理由の説明をする力の育成に焦点を当てたが、事柄・事実の説明をする力の育成について焦点を当てて研究を進めていく。

引用・参考文献

・荒井雄貴、日野圭子（2018）「中学校数学における説明する能力の向上に関する研究―星形五角形の授業実践を通して―」,宇都宮大学教育学部教育実践紀要第５号別冊 P.565～P.568
・国立教育政策研究所（2022）「中学校学習指導要領実施状況調査 生徒質問紙調査結果（数学）」P.8、P.12
・国立教育政策研究所（2022）『令和 4 年度全国学力・学習状況調査解説資料【中学校/数学】』P.8
・国立教育政策研究所（2022）『令和 4 年度全国学力・学習状況調査報告書【中学校/数学】』P.72