

児童の図形感覚を豊かにするための教材研究と授業実践

教育学研究科 教育実践創成専攻 教科領域実践開発コース 初等教科教育分野 小池勇盛

1. 研究動機

令和3年度に行われた全国学力・学習状況調査の大問2「図形の構成の仕方に着目した図形の計量についての考察」において、正答率が56.0%であった(図1)。類似問題である平成19年度の正答率は89.5%であり、正答率が低いことがわかる(図2)。誤答の主な理由としては、必要な情報を選び出すことができていることや公式にどの数字を当てはめて計算するのか理解していないことがあげられる。

以上より、図形について、問題で与えられた(視覚化された)情報のみで判断し、得られる図形についてのイメージが固定化されてしまっていることが問題として考えられる。そこで、児童の図形感覚を豊かにする指導や、見通しを持った考え方の指導を考える必要があると感じ、本研究テーマを進めることにした。

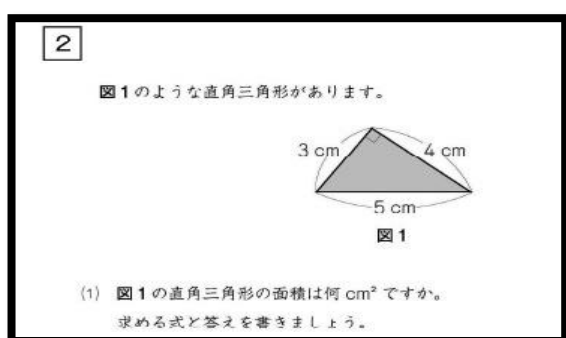


図1：令和3年度全国学力・学習状況調査
小・算

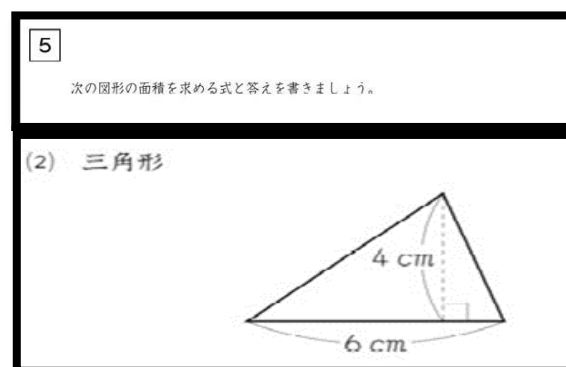


図2：平成19年度全国学力・学習状況調査
小・算

2. 本研究の目的

小学校段階においては、図形問題を解く経験が少なく、多様な見方があることを経験の中で身につけさせる必要がある。しかし、日常生活では平面図形より、むしろ立体図形を多く目にする。そこで、児童が多様な図形の見方を獲得するためには平面の図のみではなく、立体模型をあてることが必要だと考えた。

そこで本研究の目的は、「児童に多様な見方を促す模型を与え考えさせることによって、児童の考え方の様相を見取り、模型を与えることで児童の図形感覚が豊かになったのか、その効果を検証する。」こととする。

3. 研究方法

- (1) 図形感覚や模型を用いることの効果について先行研究や学習指導要領から分析・考察を行う。
- (2) 児童の図形感覚を豊かにするための指導の工夫を実習校の授業観察を通して分析・考察する。
- (3) 先行研究における児童の図形感覚を豊か

にする授業、学習指導要領、教科用図書を分析し、授業実践の示唆を得る。

(4) 授業実践を行い、その分析から、模型の有効性を明らかにする

(5) 最後に授業実践から得られた成果と課題をもとに、本研究の結論を述べる。

4. 研究内容

4.1 図形感覚について

(1) 学習指導要領の分析・考察

本研究を進めるにあたって、図形感覚とは何かについて調べた。平成 11 年度小学校学習指導要領によると以下の 4 観点から述べられている。

①ものの形を認めたり、その特徴をとらえたりすることができる

②身の回りの幾何模様などの図形的な美しさに気づくことができる

③図形を構成したり、分解したり見通しを持つことができる

④図形を多様な観点から見ることも
本研究においては、④図形を多様な観点から見ることに重点を置いて分析を行っている。

(2) 先行研究の分析・考察

川寄（2001）は豊かな図形感覚について「対象に対する知覚直観や本質直観の多様性を意味し、それらの量的側面を表した言葉である。同じ図を見てもその中に多様な図形を浮かび上がらせることができればそれだけ意味本質も豊かになる。」と述べている。同じ図形が与えられたとしても、様々な見方をすることによって、児童の図形感覚が豊かになる。

また川寄（2003）は図形感覚の認識において、「図形感覚の認識においても、知覚直観は「知覚」の働きを用いているのであるが、「注意」を通して本質直観に結びつき、本質直観自体も経験的に育成することができると考えられる。その際に重要なのは「注意」あるいは「意識」の志向的な経験である。ただ見ていだけでは何も見えてこない。「～として見

る」ことで、見えなかったものが見えてくるのである。」と述べている。このことから、図形の何に注目して問題に取り組んだのかを考えさせることで児童の図形感覚を豊かにする指導が行えると考える。

更に川寄（2003）は図形感覚についてのモデル図を図 3 のように示し、「注意」あるいは「意識」の志向的な認識に対し、「外的感覚により気づいた図形情報の「よさ」を判定し、よりよい情報を選択する際に内的感覚が用いられる。」と述べている。よさを感じさせるためにはいろいろな考え方を比較する活動を行い、それぞれの考え方のよさを見つけ、その上でより適した考え方を選択することが重要だと考える。

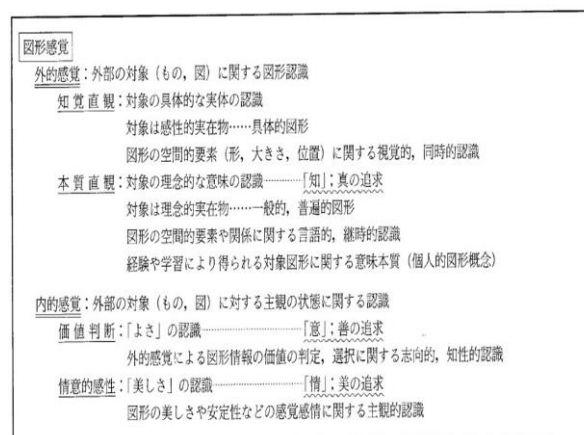


図 3：川寄（2003）

(3) 先行研究から得られた示唆

平成 11 年度小学校学習指導要領と川寄の研究より、児童の図形感覚を豊かにする授業を实践するうえで、以下の 3 観点を重要視した授業をする必要があると考える。

- ① 具体物を取り入れること
- ② 多様な観点から図形を見ることを促すこと
- ③ 解き方のよさを考えさせること

具体物を取り入れることにより、児童が実際に操作を行うことができ、同じ図を与えられたとしても見方を変えることによりまた別の図形が現れることに気づきやすくなると考

える。

図形感覚を豊かにするためには「注意」あるいは「意識」の志向的な経験が必要であり、1つの図形問題を解く際にも様々な解き方があることを確認したうえで、図形をどの観点から見ればいいのか考えることにより、新しい図形の見方の獲得を促すことができると考える。よさを考えることは、外的感覚から見た情報をもとに、どのように図形を見れば価値ある見方ができるのかを判断すること、と捉えることができる。その際、多様な図形の見方を検討する中で、より良い図形の見方を見つけていくことが大切であると考え

4.2.得られた示唆を基にした教材研究

ここでは(3)で提示した児童の図形感覚を豊かにする授業を実践するうえで3観点をもとに授業実践で扱う教材について述べていく。

【教材】：家の模型の求積

教材は家の模型の求積とした。この教材を設定した意図は川寄らの研究より提示した3観点を満たすことができると考えたからである。また、この立体は教科用図書に掲載されているものと同じシルエットでもある。模型を家の形にした点については、面によって見える模様が異なり、様々な見方ができることを実感してもらうために行った。特に、この模型は一見しただけでは第6学年で学習する「底面積×高さ」の公式を適応することができない。模型の見方を変えることで公式が適応できる。見方を変えることのよさを味わうことができる。さらに平面の図において長さを記していないのは、問題を解くために必要な情報を児童が選び、その情報を使ってどう解くのか考えることにより、児童から様々な解法が出ることを意図したためである。それにより自らの解き方と比較することによりよさを考えやすくなると思い、設定した。



図4 家の立体模型

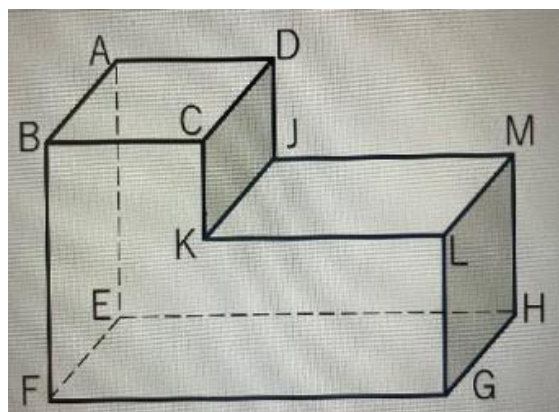


図5 平面の図

5. 授業実践

5.1. 授業実践の概要

本研究における授業実践は、小学校第6学年「角柱と円柱の体積の求め方を考えよう」で行った。

時期：令和5年 10月

対象：山梨県内公立小学校6学年 20名

授業実践の指導内容は以下のとおりである。
第1時：四角柱の体積の求め方を「底面積×高さ」の式に当てはめて理解することができる

第2時：三角柱の体積の求め方を考える活動
を行い前時で習った四角柱と合わせて角柱の体積を「底面積×高さ」を用いて求めることができる

第3時：円柱の体積を求める活動

第4時：前時での学習を通して、複雑な図形の体積を様々な方法で求めることができる

本研究に大きくかわるのは第4時なので、その授業の実際を以下に記す

5.2.授業実践の実際（第4時）

(1) 前時の振り返り

前時の学習感想の中で、本時の内容につながる内容を取り上げ、児童たちが問題に対して自分事としてとらえられるようにした。

T1：前回ノートに振り返りを書いて貰って読ませてもらって、コメントはできなかったけど、面白いことを書いているお友達がいました。

C1：面白いこと？

T2：どんな風な感想、振り返りかって言ったら

T3：前回何やったか覚えていますか？

C2：円柱の体積

T4：その前は？

C3：三角柱の体積

C4：四角柱

T5：ってことは、円柱、四角柱、三角柱をやったからもっと複雑なものをやりたいみたいなことを書いてくれた子がいました。

で、それよりもこれいいな、紹介したいなっていうのがあって、それが、角柱とか円柱とかを使えば、将来建築士になった時に役に立っているのではないかって

C5：すごい先を読んでる

T6：じゃあ、先生考えました

T7：もっと複雑なものをやりたい、建築士、役立つものをやりたい、、、

T8：さあ、何をやるうか

C6：組み合わせて家を作る

(2) 問題場面の提示

家の模型の体積を求めよう

本時のめあてを確認し、立体模型と平面の図を1人1つずつ与えた。

前時までの学習の中で、体積を求めるためにはどのような情報が必要なのか、児童との対話の中で確認した。

T23：家の体積を求めたいです、何が必要ですか？

C14：長さ、

C15：たかさ

T24：長さ載ってる？

C16：のってない

T25：のってないよね

T26：では、皆さんで測りましょう

次に実際に測った長さを、児童とともに共有した。児童が体積を求めるために最低限必要な情報が何なのか考える場が設けられていた。

C44：辺 GH が 9 c m

C45：辺 KL が 5 c m

C46：辺 KC が 5 c m

C47：辺 KC いらなくね？

C48：いるだろ

T44：どうしていると思った？

C 49: KC わかんないと LG とかもわかんなくなるから

(3) 自力解決

自力解決の時間は 7 分間であった。ここで出された考えは表 1 のとおりである。

表1 児童の解答類型

縦分割 (ア)	16 人
横分割 (イ)	12 人
3 分割 (ウ)	4 人
斜め分割 (エ)	1 人
底面積×高さ (底面横分割) (オ)	1 人
底面積×高さ (底面縦分割) (カ)	9 人
大一小 (キ)	14 人
その他 (ク)	2 人

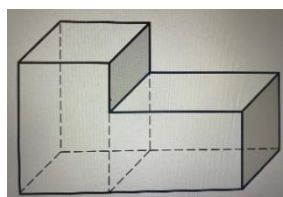


図6：縦分割 (ア)

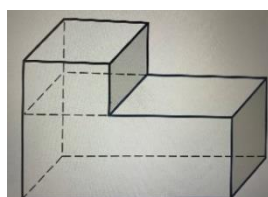


図7：横分割 (イ)

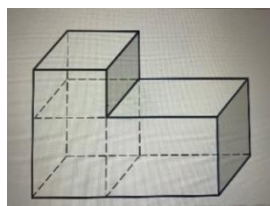


図8：3分割 (ウ)

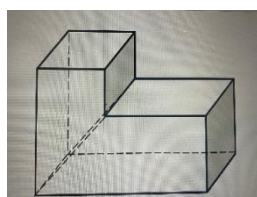


図9：斜め分割 (エ)

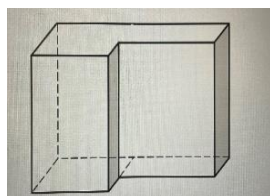


図10：底面積×高さ (底面横分割) (オ)

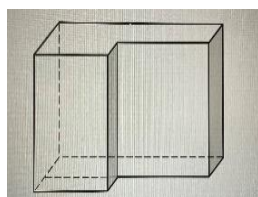


図11：底面積×高さ (底面縦分割) (カ)

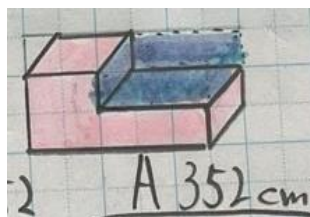


図12：大一小 (キ)

(4) 全体で共有

縦分割の考え(図6：ア)と底面縦分割の考え(図11：カ)の考えを扱った。扱った理由は表1にあるように第5学年までの既習事項を用いた考えで最も多かったのが縦分割の(ア)であり、本時で価値づけるべき考えの「底面積×高さ」の(オ)(カ)で多かったのが(カ)であったためである。

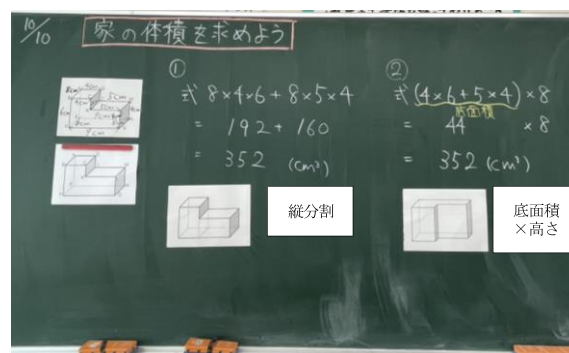


図13：全体共有時の板書

①縦分割の考え→②「底面積×高さ」の考えの順に指名した。②の式について発表した際、児童が十分に理解していないことがわかったため、別の児童に説明をさせた。

T80：出てきた考え方について式を紹介してもらいたいです

C65： $(4 \times 6 + 5 \times 4) \times 8$

C66：ああ

T81：この式見ただけでわかる？

T82：まだちょっとわかんないよって人いる？

T83：またさっきと同じように話し合いたと思います

T84：分かっている人がわかんない人に教えてあげてください

(話し合い)

T85：発表してくれる人？

C67：さっきまでは、底面積がここだとかんがえてたけど、C65はこうやって考えて、そこから、ここを底面積だから、底面積を求めたいから、 4×6 は個々のこっち側、こっち側を求めたいから、でここが4cm

C68：ここってどこ？

T86：記号を使って説明してみましょう

C69：さっきは家の床部分の面 EFGH が底面積だったけど、家の横の部分の面 BFGLKC を底面積にして面積を求めて、でこれをまとめて、 $4 \times 6 + 5 \times 4$ になる。底面積×高さをしたいから高さを 8cm にして体積が求められます

指導案の段階では両者の考えのよさを検討し、②「底面積×高さ」で考えさせるよさを価値づけたかったが、時間が確保できなかった。

(5)まとめ

最後に、全体で共有の場に出てきた 2 つの考え方について、おすすめの考え方とその理由を学習感想に記述してもらい、授業を終了した。

6. 授業実践の分析

授業実践のねらいに即して、児童がどのような観点に着目してよさを見つけ出していたのか分析を行った。

(1) 縦分割の考え (①) のよさを言及した児童

① 図形そのものから判断したよさ

児童 1 は「横分割の方法のいい点は、実際の位置を変えずに見て計算ができる」と記述している。これは立体模型を扱ったことにより児童が問題を解くことができる視点を自ら設定できるよさを見つけ出していたことがわかる。

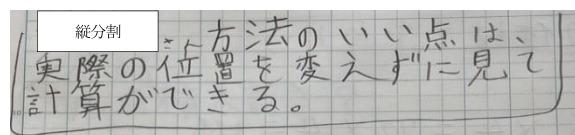


図 14：児童 1 の学習感想

② 既習事項を使った際のよさ

児童 2 は「私は横分割の方法が良かった。なぜなら分けて計算したほうがわかりやすいから」と記述している。既習のよさには気づいてはいるが、本単元のねらい「角柱は

底面積×高さで求められる」のよさには気づいていない。

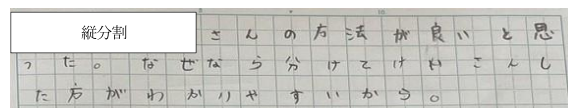


図 15：児童 2 の学習感想

(2) 底面積×高さ(②)のよさに言及した児童

① 計算過程でのよさ

児童 3 は「底面縦分割の方法が良かった。理由はあまり大きな数を出さなくてもできるから」と記述している。これは計算をしていく中でどちらがより簡単に計算することができるのかを比較し、よさを見つけ出していたことがわかる。

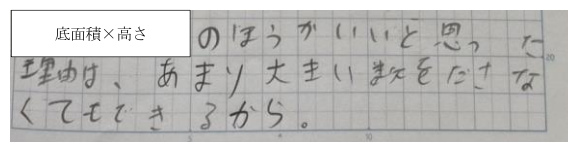


図 16：児童 3 の学習感想

① 式を見たよさ

児童 4 は「底面縦分割でやると、計算の手間も減るし、式がなによりも見やすい！！」と記述している。これは児童 3 が見つけ出していた計算過程でのよさに加え、式を比較した際に、どちらがより簡潔に書かれているのかという観点に着目してよさを述べていたことがわかる。

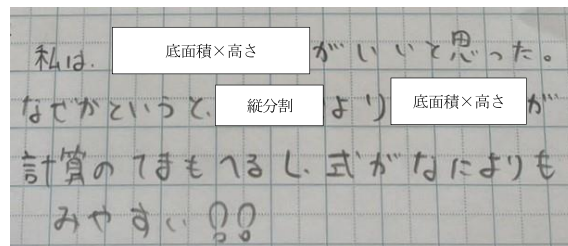


図 17：児童 4 の学習感想

② 新しい図形の見方の獲得

児童 5 は「複雑な形には分割するという概念があったけど、向かい合っているのが底面積と考えてこう考えるのはとてもすごいと思った」と記述している。これは既習の事柄で問題解決することはできるが、全体共有の場

面において他の児童の考え方を聞くことで、新たな図形の見方や考え方のよさを獲得していることがわかる。

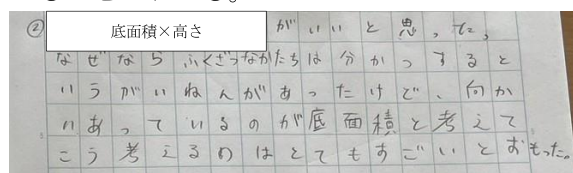


図 18：児童 5 の学習感想

③ 統合できるよさ

児童 6 は「底面縦分割のパターンでやると底面積×高さで求められるので、複雑な形を簡単に求められるから」と記述している。複雑な図形においても見方を変えることで今まで求めてきた図形に統合することができる観点からよさが述べられていることがわかる。

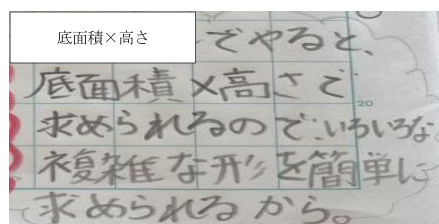


図 19：児童 6 の学習感想

7. 授業実践の研究の成果と課題

7.1. 成果

分析から実践授業の研究の成果を述べる。成果として以下の 2 点を挙げる。

- ①発問を工夫することにより児童が問題を多方面から見ようとするきっかけ作りができた
- ②模型を与えたことにより児童の考え方の整理ができた

①については、発問を工夫することによる児童が問題を多方面から見ようとするきっかけ作りができた点である。日々の授業観察を通して、児童たちは他の児童が考えないであろう意見を積極的に考える場面が数多くみら

れた。そこで実践授業の場においては、より多くの考えを出すような発問を行った。

T47：じゃあ、体積求めてほしいんだけど、みんなのやる気アップさせるために、

T48：これいろんな解き方あります、いろんな求め方があります

T49：他の人はこれ出さないんじゃないかなってやつも出してほしい

T50：因みに先生は何個出したと思いますか？

C54：6 こ

C55：10 こ

C56：72 こ

T51：10 個が一番惜しい、9 通りだしました

C56：すごい

T52：だからみんなも出せる人は、たくさん出してほしいです

また前述の T84～C69 の場面にもあるように、ある児童の考えを他者に解釈させたり数学的な表現を促す発問の工夫なども行ったりした。

②については、全体共有の場面で底面積×高さ（底面縦分割）の式を発表してもらった際に、はじめ児童たちはその式がなにを意味しているのか分からない児童が多かった。そこで、周りの人と説明しあう活動の場を設けた。その際、児童たちは模型を積極的に用いて説明しあう姿が見られた。そして児童 5 の学習感想に「向かい合っているのが底面積と考えてこう考えるのはとてもすごいと思った」と記述されており、これは児童が考えを整理する過程で模型が効果的に働いたのではないかと考えられる。

7.2. 課題

分析から実践授業の研究の課題を述べる。課題として以下の 2 点を挙げる。

- ①具体物が児童の学習の妨げになってしまったこと
 ②底面縦分割のよさを議論する場の設定が不十分であったこと

①については、模型を活用したことは成果として挙げた。多様な観点から図形を見ることには有効であったが、授業の終了時まで机上に模型を置かれていたため、平面で表された立体図形での思考を妨げてしまった。全体共有で2通りの見方をしていることを確認した後は、模型を回収した方がよかった。

②についてのいちばんの反省は、導入に時間をかけてしまい、全体共有の時間がじゅうぶんに確保できなかったことである。指導案には、全体共有において複数の考えを取り上げ比較し、意見を共有する中で、多様な観点から図形を見ることのよさ、底面積×高さの考えのよさを価値づけたいと記していた。結果的に、それぞれのよさとそのように思った理由を学習感想に記すように伝えて授業を終了した。せめて学習感想を記述した後、数名の児童に発表をしてもらい、本研究で重要視した3観点を意識させたかった。

8. 本研究の結論

本研究の目的は、「児童に多様な見方を促す模型を与え考えさせることによって、児童の考え方の様相を見取り、模型を与えることで児童の図形感覚が豊かになったのか、その効果を検証する。」ことであった。先行研究や教科用図書の分析を行い図形感覚を豊かにするための3観点を定め、授業実践を行った。筆者の授業実践を通して、①②模型を扱うことで児童が図形問題を解く際の新たな視点の獲得をさせることができた、③一部の児童に解き方のよさを感じさせることなどの成果が得られた。しかし、児童がそれぞれ考えたよさを発表し、議論し学習を深める場の設定が不十分だったことなどの課題も明らかになった。また、教材で扱った図形は、底面積×高さで考えなくても容易に解決できるものであった

ため、その公式を用いれば容易に解決できる教材を与えることも有効であったかもしれない。

本研究では、図形感覚を豊かにする3観点を設定して教材開発と第6学年での授業実践を行ったが、他学年、他単元の図形領域の研究を行うことや、来年度の実習を通して授業力を上げるために、自身の研究テーマに沿った授業観察、さらには実習先の先生方の授業力の高さの分析などを行っていきたい。

引用・参考文献

- ・ 国立教育政策研究所(2021) 令和3年度全国学力・学習状況調査 報告書 【小学校／算数】
- ・ 国立教育政策研究所(2007) 平成19年度全国学力・学習状況調査 報告書 【小学校／算数】
- ・ 文部科学省(1999)『小学校学習指導要領(平成11年告示) 解説-算数編-』東洋館出版社 pp.52-53
- ・ 川寄道広(2003) 図形感覚の認識に関する教授学的研究 全国数学教育学会誌 数学教育学研究 第9巻 pp. 81～96
- ・ 川寄道広(2001)「図形指導における図形感覚の意味について」、『数学教育学研究』第7巻、全国数学教育学会、pp. 93-103、
- ・ 藤井斉亮、真島秀行他(2022)『新しい算数6』、東京書籍