

数学的問題解決に関する研究

—数学的結論の解釈・評価の過程に焦点をあてて—

教育学研究科 教育実践創成専攻 教科領域実践開発コース 中等教科教育分野 宮下迪

1. 研究の背景と目的

数学は、現実世界の様々な領域における仕組みを説明、分析、予測するための一連の手段である。このような数学の実用性は、数学を学習することの1つの意義であると考えられる。

現実世界における問題を数学を用いて解決するとき、現実事象を数量や図形に着目して定式化することだけでなく、数学的な結論を現実事象に即して解釈することが必要である。

しかし、数学的な結論を現実事象に即して解釈することに課題があることは、National Assessment of Education Progress(1983)の調査結果から明らかになっている(以下、NAEPと記す)。

1 台の軍隊のバスには、36 人の兵士が乗せられる。もし、1128 人の兵士を訓練場までバスで運ぶならば、何台のバスが必要か？
(Silver ら,1993,p118)

NAEP の基準では 32 台が唯一の正答であり、31.3 台や $31\frac{1}{3}$ 台のような解答は誤答とされている。この調査問題は余りのあるわり算の問題であり比較的容易であると思われるが、正答率は 24%と大変低いものであった。この調査結果を契機に、Silver ら(1993)は余りのあるわり算に関する調査研究を行った。この研究の結果から、子どもが余りのあるわり算の問題を正しく答えられないことの原因は、計算結果を理解するための解釈と評価の段階を省略することであることが明らかとなった。

現実世界の問題を数学を用いて解決するときに通るプロセスは、数学的モデル化過程と呼ばれている。三輪(1983)は数学的モデル化過程とは、「それまでの経験や観察を基にして、何かある事象が探究を要するという認識があるという

前提の上で、(1)その事象に光を当てるように、数学的問題に定式化する、(2)定式化した問題を解く、(3)得られた数学的結果をもとの事象と関連づけて、その有効性を検討し、評価する。(4)問題のより進んだ定式化をはかる、の4段階を踏む過程のことである」と述べている。そしてこれら4段階を図式にまとめている。

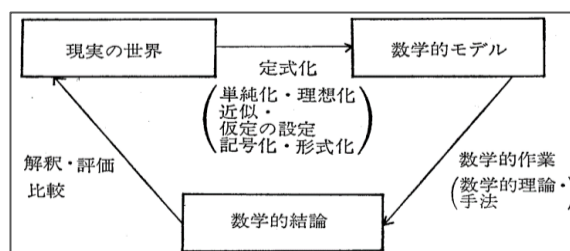


図1：数学的モデル化過程(三輪, 1983)

NAEP の調査結果や Silver らの調査研究によって公となった課題は、数学的モデル化過程における解釈・評価の過程を辿っていないことである。数学的結論を解釈・評価することは、現実事象における問題を解決するために必要な能力である。そのため、数学的結論を解釈・評価することの有用性の感得と能力の育成は不可欠である。

また、三輪(1983)は数学的モデル化の数学教育上の意義として、学校数学をより応用可能なものにしようとする、数学的な考え方の育成をはかろうとすること、知識の開発される過程に子どもを参加させようとする、の3つを述べている。ここで述べられている数学的な考え方は、数学的モデル化過程に示されている4段階であり、数学的モデル化過程に数学的な考え方のさまざまな側面が含まれている。そのため、数学的モデル化過程を通して育成をはかることが十分考えられるとされている。数学的結論を解釈・評価することは数学的な考え方の

1つであることから、数学的モデル化過程を通して育成することができると考える。

これらのことから、本研究の目的は、数学的モデル化過程を重視した授業実践を通して、数学的結論を現実事象に即して解釈・評価する力の育成と数学的問題解決の指導について考察することとする。

2. 研究の方法

- ① 先行研究の分析と考察を行い、数学的結論を現実事象に即して解釈・評価する過程を位置づけ、本研究における数学的問題解決について概括する。
- ② 先行研究における数学的モデル化過程を重視した学習指導、全国学力・学習状況調査、学習指導要領の分析と考察を行い、授業実践における教材や学習指導の示唆を得る。
- ③ 授業実践の分析と考察を行い、数学的結論を現実事象に即して解釈・評価する力の育成に寄与することができたのか概括する。

3. 数学的問題解決の過程の分析と考察

本研究における数学的問題解決の過程を位置づけるために、数学的モデル化過程をはじめとした現実事象の問題解決の過程の分析を行う。

3.1 数学的モデル化過程の分析

現実世界の問題を数学を用いて解決するときに通るサイクルである数学的モデル化過程の分析と考察を行う。ここでは、西村(2012)の数学的モデル化過程を示す。

西村は、数学的モデル化過程を「社会の問題」の解決に必要な相として「問題の翻訳」「定式化」「数学的モデルの作成」「数学的处理」「解の翻訳」「評価」を定義し、それらの思考がめざすものとして、「社会の問題」「数学の問題」「数学的結論」を明示し、次のように規定している。

「社会の問題」

- ① 解決したい、理解したい「社会の問題」に対して、数量化や幾何学化などをし、数学を適用しやすくする。(問題の翻訳)
- ② 重要と思われる対象や関係を見いだすとともに、保つべきことは何か、無視すべきこ

とは何かを決定する。また、必要なデータがあれば、収集する。(定式化)

「数学の問題」

- ③ 定式化した数学の問題に対して、関連のある数学の分野を同定し、それに対する直観や知識を働かせ、数学的モデルを作成する。(数学的モデルの作成)
- ④ 数学的方法により、結論を得る。この過程で、新しい概念や方法、アルゴリズムなどを得ることもある。(数学的处理)

「数学的結論」

- ⑤ 数学的方法により得た結論を、社会へ訳し戻す。(解の翻訳)
 - ⑥ 結論は実際的な、合理的か、受け入れられるか等を検証する。(評価)
- a) もし十分ならば、他者に的確に伝える。
 - b) もし不十分だったり満足がいかなかったならば、①に戻り、その原因を突き止め、再び始める。

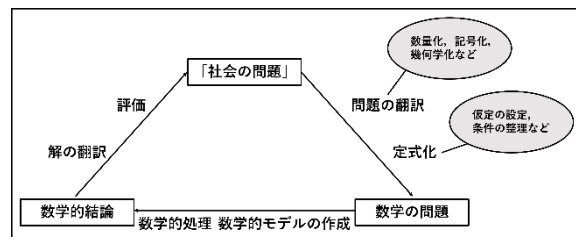


図2：数学的モデル化過程(西村，2012)

西村の数学的モデル化過程は、三輪の数学的モデル化過程における解釈・評価と示されている思考の相を、解の翻訳と評価という2つの思考の相に分けて示している。

3.2 数学化サイクルの分析

OECD 生徒の学習到達度調査(PISA 調査)では、数学的モデル化過程と同様に、生徒が現実生活の問題を解決するために使用する基本的なプロセスが存在し、数学化と呼ばれている。数学化サイクルは数学化の5段階に概観し、図式として示されている。

- (1) 現実に位置づけられた問題から開始すること。
- (2) 数学的概念に即して問題を構成し、関連する数学を特定すること。
- (3) 仮説の設定、一般化、定式化などのプロ

セスを通じて、次第に現実を整理すること。それにより、状況の数学的特徴を高め、現実世界の問題をその状況に忠実に表現する数学の問題へと変化することができる。

- (4) 数学の問題を解く。
- (5) 数学的な解答を現実の状況に照らして解釈すること。これには解答に含まれる限界を明らかにすることも含む。

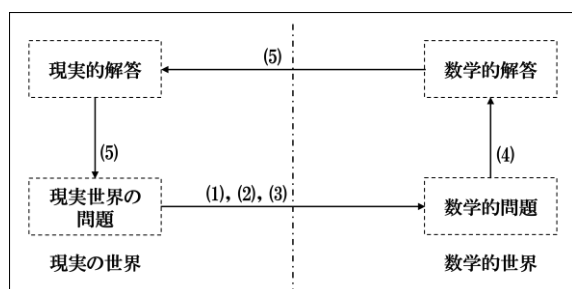


図3：数学化サイクル

三輪や西村の数学的モデル化過程において、数学的な結論について熟考する段階は数学的結論から現実の世界や社会の問題へと辿る過程であり、図式には1つの段階として示されている。これに対し、数学化サイクルでは、数学化プロセスが数学的解答から現実的解答へと移行している様子と、現実的解答が本来の現実世界の問題に関連づけられ戻ってくる様子の2つに分けて示されている。

3.3 数学的モデリングの分析

諸外国においても数学的モデル化過程と同様の過程が示されている。Greer ら(2000)によると、現実世界の問題場面を解決するための数学の応用は数学的モデリングと名付けられ、次の6つの過程が示されている。

- ・ 記述された場面を理解する
 - ・ 適切な状況を深く留めた要素や関係の本質を記述する数学的モデルを構築する
 - ・ 数学的モデルから導かれるものを特定するために計算する
 - ・ 数学的モデルのもとである現実的な場面を解決するための計算結果を解釈する
 - ・ 最初の状況との関連で解釈された結果を評価する
 - ・ 解釈された結果を伝達する
- これらの過程は、与えられた条件からゴール

への直進的な進行でなく、サイクリックなものとして考えられ、次のように図式化されている。

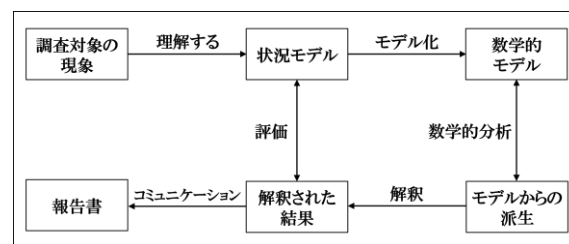


図4：数学的モデリング(Greer ら, 2000)

Greer らの数学的モデリングは、PISA 調査における数学的枠組みである数学化サイクルと類似した特徴がある。数学的モデルを処理した結果に焦点をあてると、数学化サイクルでは(5)の段階に相当し、図式では2つに分けて示されている。数学的モデリングでは、解釈と評価に区別され、示されている。

3.4 本研究における数学的問題解決の考察

西村(2012)や Greer ら(2000)の先行研究から、いずれのサイクルにおいても、現実の問題を数学を用いて解決するとき、現実事象に焦点をあて数学の問題とし、その問題を解き数学的結論を得るという特徴は類似している。

また、数学的結論を現実世界やもとの問題と関連づけて考えることは、特に現実世界の問題を解決するために必要であることがわかる。そして、数学的結論を現実世界やもとの問題と関連づけて考えることを実行する過程は数学的結論を現実事象に即して解釈する過程と、数学的結論を現実的に解釈した事柄をもとの問題の結論としてよいか評価する過程の2つに分けて考えることができると明らかとなった。解釈は数学的結論から現実的結論へと変容する過程であり、評価は得られた現実的結論をもとの現実の問題と関連づけて吟味する過程である。解釈と評価は、どちらも問題の結論を導く段階において重要であるが、これらの過程を実行するための思考のもととなる事柄と思考したことによって得られる事柄が異なる。そのため、解釈と評価は区別する必要がある。

本研究において、解釈は数学的な結論を現実事象や問題状況に即して表現すること、評価は解釈された事柄がもとの現実事象に適している

か吟味することと定義する。そして、本研究における数学的問題解決の過程として、以下に図式を示す。

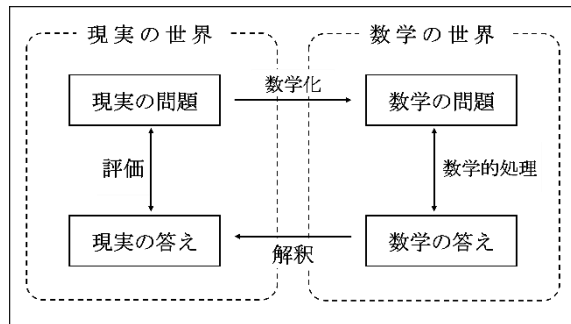


図5：数学的問題解決の過程

4. 授業実践の分析と考察

先行研究や全国学力・学習状況調査、学習指導要領、教科用図書の分析を行い、そこから得られた示唆をもとに教材開発、授業構想し、実践した。本章では授業実践の分析を行い、成果と課題を明らかにする。

4.1 授業実践の概要

時期：令和5年10月

対象：山梨県内公立中学校第2学年21名

単元：1次関数

4.2 開発した教材の特徴

先行研究や全国学力・学習状況調査、学習指導要領、教科用図書の分析を行い、得られた示唆をもとに、3つの教材に関する観点を設けた。

- ・ 学習者にとって現実的で、直面しているもしくは直面する可能性のある事象を設定する。
- ・ 前提条件によってモデルが異なる課題とする。
- ・ 解答形式は自由記述式とする。

上記の観点に基づいて、次の教材を作成した。

〔現実場面〕

Aさんは、来年から一人暮らしを始めるため、部屋に取り付ける電球を買いたいと思います。インターネットで電球を探していると、電球には、白熱電球と電球型蛍光灯（以下、蛍光灯とする）、LEDランプの3種類あることを知りました。そこで、かかる費用が最も少ない電球を選ぼうと思いました。

〔解決の目標〕

総費用が最も少なくなるのはどの電球だろう

か？ Aさんに提案しよう！

〔条件〕

	白熱電球	蛍光灯	LEDランプ
1個の値段	100円	800円	2,000円
1時間あたりの電気代	1.62円	0.36円	0.27円
寿命	1,000時間	8,000時間	40,000時間

〔数学的モデル〕

x は使用時間($0 \leq x$)、 y は総費用とし、 n は電球の個数($n \in \mathbb{N}$)を表している。また白熱電球、蛍光灯、LEDランプのグラフは、それぞれ、赤、青、緑色で示している。

電球の寿命を無視し、問題解決を行う際には使用時間と総費用を1次関数とみなす。そのため、グラフは直線状となる(図6参照)。

電球の寿命に関して、電球は寿命で必ず切れるとし、電球が切れたときは同様の電球を用意し使用することを仮定としている。そのため、電球の寿命を考慮した場合、寿命によって電球が切れたときに総費用は電球1個の値段が加算される。よって、寿命を考慮した場合のグラフは階段状となっている(図7参照)。

○ 寿命を無視したモデル

白熱電球	$y = 1.62x + 100$
蛍光灯	$y = 0.36x + 800$
LEDランプ	$y = 0.27x + 2000$

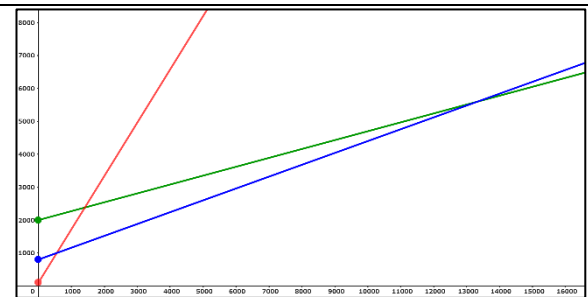


図6：寿命を無視した場合のグラフ

○ 寿命を考慮したモデル

白熱電球	
$y = \begin{cases} 1.62x + 100 & (0 \leq x \leq 1000) \\ 1.62x + 100(n+1) & (1000n < x \leq 1000(n+1)) \end{cases}$	
蛍光灯	
$y = \begin{cases} 0.36x + 800 & (0 \leq x \leq 8000) \\ 0.36x + 800(n+1) & (8000n < x \leq 8000(n+1)) \end{cases}$	
LEDランプ	
$y = \begin{cases} 0.27x + 2000 & (0 \leq x \leq 40000) \\ 0.27x + 2000(n+1) & (40000n < x \leq 40000(n+1)) \end{cases}$	

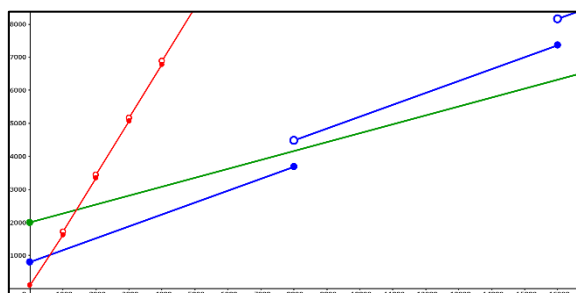


図7：寿命を考慮した場合のグラフ

4.3 授業実践の実際

① 現実場面の把握と理解

家の中に自分の部屋があるかという生徒にとって身近な話題を例に、将来的に1人暮らしをするときにどのようなものが必要になるのかを考えさせ、現実場面を提示した。

② 解決に必要な情報の共有と総費用の定義

3種類ある電球の中でかかる費用が最も少ない電球を選ぶためにどのような条件が必要であるかを考えさせ、全体で共有した。様々な条件が出された中で、明るさは同じとみなすことや寿命は無視をするといった仮定を全体で確認したのち、1個の値段と1時間あたりの電気代を提示した。そして、かかる費用を総費用とし、「(総費用) = (1時間あたりの電気代) × (使用時間) + (1個の値段)」と定義した。

③ 解決の目標の共有

問題解決の目標は、総費用が最も少なくなる電球を提案することであることを全体で確認し、生徒に総費用の量感を捉えさせるために使用時間が1000時間ときの総費用を具体的に求め

た。1000時間は、生徒が家にいると思われる18時半から23時の5時間半に電球を使用することを想定し、半年間使用していた場合のおおよその合計時間である。使用時間が1000時間ときの総費用は白熱電球が1720円、蛍光ランプが1160円、LEDランプが2270円である。使用時間によって総費用が1つに決まること、また総費用の定義から、使用時間と総費用の関係を1次関数とみなして解決していくことを確認した。

④ 課題の焦点化

使用時間と総費用の関係を1次関数とみなしていることから、使用時間が x 時間ときの総費用を y 円として、白熱電球、蛍光ランプ、LEDランプにおける使用時間が1000時間ときの総費用を表す点をそれぞれ点A、B、Cとしてプロットし、使用時間が1000時間ときの総費用の大小関係を視覚的に捉えさせた(図8参照)。

そして、1個の値段では、白熱電球の総費用が最も少ないが、1000時間使用したときの総費用は蛍光ランプが最も少なくなっていることを確認し、使用時間が増加するとそれに伴って総費用も増加することと1000時間使用したときの総費用の関係から白熱電球の総費用が最も少なくなることはないとし、考察対象から外れた。また、使用時間が長くなると蛍光ランプとLEDランプの総費用の大小関係が入れ替わるのではないかという生徒の予想から、蛍光ランプとLEDランプの総費用が同じになる時の使用時間を求めると課題を焦点化した。

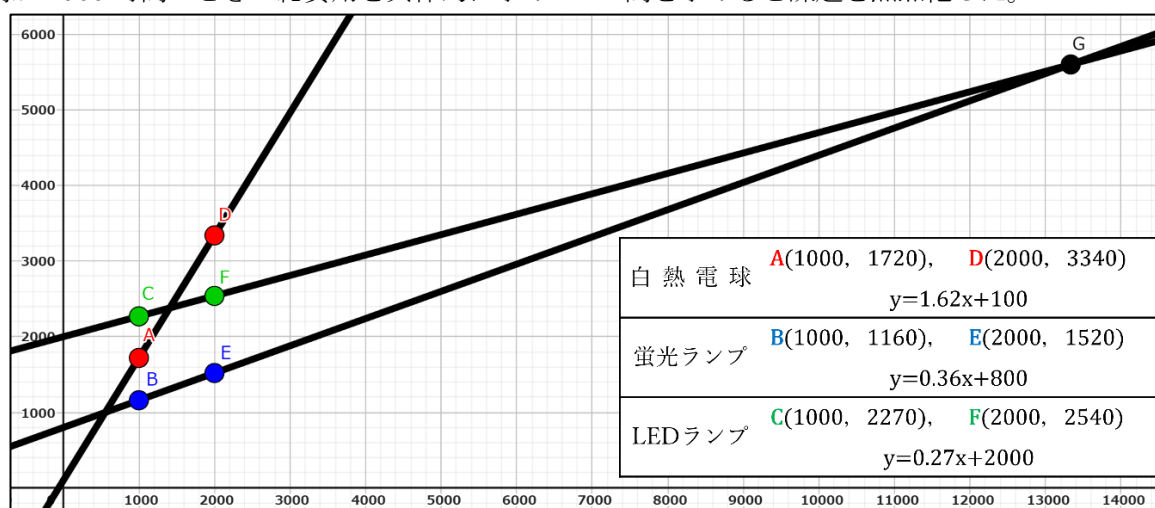


図8：授業実践において提示したグラフ

⑤ 自力解決

1次関数の問題を解決する方法として、表、式、グラフがあることを確認し、蛍光ランプとLEDランプの総費用が同じになるときの使用時間を求める課題の自力解決を行った。

⑥ 全体での確認と共有

1次関数のグラフは直線であり、直線は2点が決まると1つに定まることから、白熱電球、蛍光ランプ、LEDランプにおける使用時間が2000時間のときの総費用を表す点をそれぞれ点D、E、Fとしてプロットし、各電球におけるグラフを作成した(図8参照)。そして、蛍光ランプとLEDランプのグラフの交点である点Gの座標($\frac{40000}{3}$, 5600)を求めた。このことから、蛍光ランプとLEDランプの総費用が同じとなるのが、使用時間が $\frac{40000}{3}$ 時間であることを共有し、使用時間が $\frac{40000}{3}$ 時間であることは約6年半であることも確認している。

⑦ 提案の作成

解決の目的である総費用が最も少なくなるのはどの電球であるか考えさせ、生徒が各自で提案を作成した。

⑧ 現実場面を再度考察する

提案の作成時に、生徒から寿命についても考える必要があるという意見から、電球の寿命の条件を提示した。解決では寿命を無視していたが、寿命も考慮すると蛍光ランプとLEDランプの総費用が同じになるときの使用時間は $\frac{40000}{3}$ 時間とは異なることに気付かせ、授業を終えた。

4.4 授業実践の分析

ワークシートの記述や発話の内容をもとに、学習者がどのような解釈と評価を行っているか分析を行う。

最初に図5における解釈の様相について分析する。本実践における解釈とは、数学的モデルである式やグラフから、数学的处理や数学的分析を行い、その結論である $x = \frac{40000}{3}$, $y = 5600$ を蛍光ランプとLEDランプの総費用が同じになるのは使用時間が $\frac{40000}{3}$ 時間のときであるというように表現することである。M.O生は連立方程式を解くことで解を求め、解を解釈することで総蛍光ランプとLEDランプの総費用が同じに

なるときの使用時間を求めている。

Handwritten student work showing the derivation of the intersection point for fluorescent and LED lamp cost functions. The work includes the formula for total cost, substitution of values, and the final conclusion that the costs are equal at approximately 13333 hours.

$$\begin{aligned} \text{総費用} &= (\text{1時間あたり} \times \text{電球代}) \times (\text{使用時間}) + (\text{電球1個の} \times \text{値段}) \\ \text{[使用時間が1000時間のときの総費用]} &= \text{使用時間} \times \text{電球代} + \text{電球1個の値段} \\ \text{⑤ } 1.62 \times 1000 + 100 &= 1720 \\ \text{⑥ } 0.36 \times 1000 + 200 &= 1160 \\ \text{⑦ } 0.27 \times 1000 + 2000 &= 2270 \\ 0.36x + 200 &= 0.27x + 2000 \\ 0.36x - 0.27x &= 2000 - 200 \\ 100 \times 0.09x &= 1800 \times 100 \\ 9x &= 180000 \\ x &= \frac{180000}{9} \\ x &= \frac{40000}{3} \end{aligned}$$

蛍光ランプとLEDランプ
約13333時間で総費用が
同じになる

図9:M.O生の解答

加えて、以下のように授業者によって数学的結論の解釈を全体で確認と共有を行っている。

T73: (略)。この交点の x 座標が13333…って、3がずっと続くんだよね。ちょっとPC上では割り切れて、切り上げているんだけど。このグラフからどんなことがわかるかという、割り切れないから、約ということにするよ。このグラフから、蛍光ランプとLEDランプは約13333時間で、総費用が同じになるよ。

図5における評価の具体的な様相は次に述べるが、多くの生徒が蛍光ランプとLEDランプの総費用が同じになるのは使用時間が $\frac{40000}{3}$ 時間のときであるという数学的結論を解釈した事柄を踏まえて提案を作成している。このことから、生徒が数学的結論を現実事象に即して解釈を行っている判断することができる。

次に、図5における評価の様相について分析する。本実践における評価とは、数学的結論を解釈して得られた蛍光ランプとLEDランプの総費用が同じになるのは使用時間が $\frac{40000}{3}$ 時間のときであるという事柄をもとに現実的な場面と吟味することである。生徒の提案した電球とその理由をもとに具体的に分析する。総費用が最も少なくなるとして蛍光ランプを提案した生徒が11人、LEDランプを提案した生徒が7人である。また、3人の生徒は寿命を考慮するかによって提案する電球が異なっていた。

① 電球の寿命を条件に含めない場合

A.K生は、使用時間が $\frac{40000}{3}$ 時間のときに蛍光

ランプとLEDランプの総費用が同じになることを踏まえ、蛍光ランプとLEDランプの両方とも総費用が同じになる6年半まで使い続けることができるかどうか分からないとしている。そのため総費用が同じになるまでは、蛍光ランプの方が総費用は少ないことから、蛍光ランプを提案している。

蛍光ランプがいいと思いました。LEDランプと蛍光ランプは約6年半使うと総費用が同じになるけど、6年半も両方つか分からないので、蛍光ランプがいいと思いました。

図10：A.K生の作成した提案

またK.O生は、使用時間が $\frac{40000}{3}$ 時間のときに蛍光ランプとLEDランプの総費用が同じになることを踏まえ、6年半以上使い続けるという仮定を自ら設定している。6年半以上使い続ける場合、LEDランプの方が総費用は少なくなることから、LEDランプを提案している。

1個の値段は高いが、6年半以上使い続けるのであれば他の2つよりも安くできる。

図11：K.O生の作成した提案

② 電球の寿命を条件に含める場合

そしてS.K生は、寿命を条件に含めるかによって提案が異なっている。寿命を無視する場合、各電球は6年もたないとして蛍光ランプを提案している。寿命を考慮した場合、寿命によって電球が切れたときの買い替えることを踏まえ、LEDランプを提案している。

蛍光ランプ。約6年半でLEDランプと総費用が同じになっているから、LEDでもよいと思うが、1個の値段も考えると6年もたなくても費用も安い。

1個の寿命を考えてみると、蛍光が8000時間、LEDが40000時間、白熱が1000時間でLEDの方が持ち、かいかえを考えるとLEDが安い。

図12：S.K生の作成した提案

4.5 授業実践の成果と課題

分析から授業実践の成果と課題を述べる。授業実践から得られた成果は、次の2点である。

- ・ 数学的結論を現実的に解釈した事柄が解決の目標の最終的な結論とならない課題を設

定することで、主体的に解釈や評価を行うことができる

- ・ 前提条件によって、モデルの異なる課題を設定することで、解釈や評価の必要性を感じさせることができる

前者に関して、本実践における数学的モデルの数学的处理によって得られる数学的結論を現実的に解釈した事柄とは、蛍光ランプとLEDランプの総費用が一致するときの使用時間は $\frac{40000}{3}$ 時間であるということである。解決の目標は、総費用の最も少なくなる電球を提案することであり、数学的結論を現実事象に即して解釈した事柄を直接的に最終的な結論とすることは不適切である。そのため、現実と関連づけて評価し、現実的結論を導くことが必要である。

本実践では、図5における数学化の段階において、電球の寿命は無視をすると仮定を設定し、数学的結論を導き、現実事象に即して解釈する。そして解釈した事柄と現実とを関連づけて評価し、いずれの電球の総費用が最も少なくなるのか提案を作成することで現実的結論を導いている。分析から、いずれの提案においても電球の寿命を意識しながら作成している(図10,11,12参照)。また、提案を作成するためには電球の寿命も考慮しなければならないと考え、自ら電球の寿命について調べ、いずれの電球の総費用が最も少なくなるのか吟味している様相があった。

T84： K.K生、今何を調べてた？

S81： 寿命。

T85： (全体へ投げかけて)電球に寿命があるの知ってる？K.K生、今調べていたことをみんなに教えてもらっていい？

S82： 蛍光ランプは大体1年くらい。LEDが10年以上。

⋮

T87： (略)。今最初にみんなには寿命なしで考えてもらったんだけど、寿命ありで考えてみると、蛍光ランプとLEDランプの総費用の一致するところは変わってきそうだね。

S85： 寿命で買い替えないといけない。

T89: そうだね。寿命があるから買い替える
ってことも考えられるよね。

後者に関して、前提条件によって、モデルが異なる課題を扱うことは、それに伴って得られる数学的結論と数学的結論を現実事象に即して解釈した事柄も異なる。そのため、解決の目標の最終的な結論が変化する場合がある。S.K 生は電球の寿命を条件に含めるかによって、現実的結論が異なることを興味深いと記述し、解釈や評価の過程の必要性を感得している。

(略)。寿命を考えたりすると意見が変わりおもしろいと思った。

図 13: S.K 生の学習感想

また課題は、電球の寿命を考慮した問題解決を行う必然的を持たせる問いの設定や学習の流れ等の教材研究を行う必要がある点である。

本実践では、電球の寿命という条件を無視し、電球の使用時間と総費用の関係を1次関数とみなして、蛍光灯とLED ランプの総費用が一致するときの使用時間を求め、現実事象と関連づけて評価し、総費用が最も少なくなる電球を提案している。このように、数学的問題解決の過程(図5)を1巡し、解釈や評価の育成を目指した。しかしこれに留まらず、S.K 生やK.K 生のように、更に現実的結論を考察し、電球の寿命を含めて考える生徒が現れた。このように寿命を考慮してより良い現実的結論を得ようとするような発展的な学習は、数学的問題解決の過程の2巡目以降にあたる。

図5における解釈と評価の過程はどちらも、問題解決の結論を導く段階であると同時に、より良い結論を求めて問題解決のサイクルを循環させる機能があることが示された。そのため、得られた現実的結論を無視した条件等とともに考察し、サイクルの2巡目以降へと繋げていくといった発展的な学習の指導が必要である。このような学習活動を実践するために、学習者が必然性を持って問題解決に取り組むための問いの設定やどのように学習を行うかといった学習全体の流れなどの教材研究を行い、本実践について修正や改善を加えていく。

5. 研究の結論

本研究の目的は、数学的モデル化過程を重視した授業実践を通して、数学的結論を現実事象に即して解釈、評価する力の育成と数学的問題解決の指導について考察することであった。

先行研究等の分析から得られた示唆をもとに教材を開発し、授業を構想した。授業実践を通して、学習者に数学的結論を現実事象に即して解釈することと、解釈した事柄を現実と関連づけて評価することの必要性を実感させることができたと考える。

以上のことから本研究の結論は、学習者にとって現実的で、直面しているもしくは直面する可能性のある事象を設定すること、前提条件によってモデルが異なる課題とすること、解答形式は自由記述式とすることの3つの観点を満たした教材を扱うことで、数学的結論を現実事象に即して解釈・評価する力の育成に寄与することである。

引用・参考文献

- ・ Edward A. Silver, Lora J. Shapiro, Adam Deutsch (1993) 「Sense making and the solution of division problems involving remainders : An examination of middle school students' solution processes and their interpretations of solutions」, Journal for Research in Mathematics Education, Vol.24, No.2, pp.117-135
- ・ 国立教育政策研究所(2004) 『PISA 2003 年調査 評価の枠組み: OECD 生徒の学習到達度調査』 ぎょうせい
- ・ Lieven Verschaffel, Brian Greer, Erik de Corth(2000) 『Making sense of word problems』, Swets & Zeitlinger Publishers
- ・ 三輪辰郎(1983) 「数学教育におけるモデル化の一考察」 筑波数学教育研究第2号 筑波大学教育研究 pp.117-125
- ・ 西村圭一(2012) 『数学的モデル化を遂行する力を育成する教材開発とその実践に関する研究』 東洋館出版