

# 数学的な考え方を育てる思考プロセスの具体化について

—連立方程式の文章題・立式過程の指導を通して—

教育学研究科 教育実践創成専攻 教科領域実践開発コース 中等教科教育分野 鈴木裕大

## I. 研究の背景と目的

本研究において目指す生徒像は、思考する際に、さまざまな表現を使って問題を解決することができる生徒である。

数学的な見方・考え方というのは課題を解決する際に用いられるものである。その考え方の一つとして、問題を解いていく際に考えていることを具体的に表現し、解決していくという手段があると考えられる。この過程が問題解決には効果的ではないかと筆者は考えた。以上の過程を思考プロセスの具体化と定義する(鈴木, 2020)。具体化は「表現する」と言い換えることができる。このことから数学の授業において表現する活動の中でも書いて表現するという活動に着目した。書いて表現する活動には生徒の意見の発表時の黒板やノート、学習感想用紙などさまざまな媒体があげられる。昨年度ノートづくりに着目して思考を表現する活動を取り入れた研究を行い、得られた課題は次のとおりである。

- ・ノートづくりが効果的であった生徒は学力が高い生徒であった。
- ・ノートであることからフィードバックの機会が不十分であった。
- ・表現を促進する指導が授業で生かされなかった。

以上の課題から、思考プロセスの具体化を行う機会を作るだけでなく、まずは、有用性に気付かせる必要があると考えた。また、昨年度の研究から次のことを考慮する。

- ・思考過程を表現する方法・手段の指導
- ・生徒の思考を評価する手段の検討
- ・学力差によって表現する能力に差が出る

思考プロセスの具体化は、「①解決に必要なことを具体的に補う表現(図1)」、「②解決の際の思考過程を表した表現(図2)」の2種類ある。その中でも本研究では特に、②に限定して取り扱う。

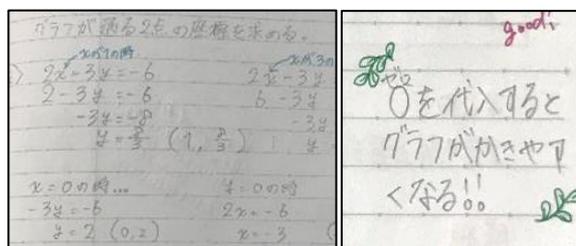


図1 ①が示す内容の例 左 授業内容, 右 表現

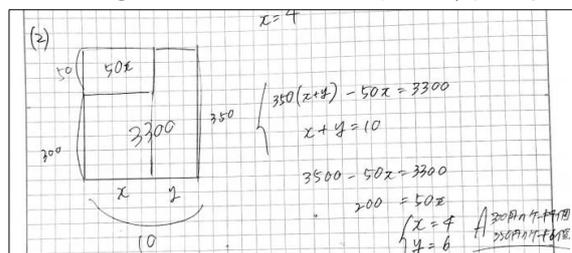


図2 ②が示す内容の例

以上のことを踏まえ、本研究の目的は、表現する活動に焦点を当て、思考プロセスの具体化の有用性を感じさせることである。

## II. 研究内容

本研究では、思考プロセスについて取り扱う。思考を持つことにより思考は表現できる。そのうえでより良い、より強固な思考にしていくためには、思考を整理して精選していく必要がある。この段階を思考の整理の段階とする。この段階によって、思考プロセスは循環していくと考えた。また、思考を持つ前段階として思考の材料になるものを選別するという段階も存在すると考えた。この段階を情

報の整理の段階とする。この二つの整理の段階を設けることで思考を表現することにつながっていくと考えた。以上のことを図3にまとめる。



図3 思考プロセスのサイクル図

以上のことを踏まえ、本研究では連立方程式の単元の指導を通し、整理の段階を設けた思考プロセスの具体化の方法を指導する。

そして、生徒たちに実際に有用性を感じるか検証する。

### Ⅲ. 研究方法

#### 1. 授業デザイン

##### (1) 表現法

中原(1995)は、表1に示すように数学教育の表現体系を大きく5つの表現に分類できるとしている。5つの表現のうち図的表現の役割を「A. 現実的状況と学習内容との関連を図る」、「B. 問題解決の手掛かり方法を示す」、「C. 学習内容を効果的に示す」と述べており、もっとも重要な役割としてCを挙げている。研究にかかわる点として中原が挙げる図的表現の特性にはさまざまある。その中でも視覚的に情報を把握できるという「視覚性」、学習者のイメージを表す「イメージ性」、問題文から受け取った情報を感じたまま表現する「直観性」などが重要な特性である。以上の点を踏まえ、表現体系が5つある中で図的表現に絞った。

##### (2) 表現媒体

本研究では、堀(2013)が提唱するOPPシートを参考に思考を表現する媒体を決定して

いく。このOPPシートは学習者が物事や事象を認識する枠組みである認知構造を可視的に表現し、外化することを目的としている。また、OPPシートの主な役割として次の項目を上げている。

- ・要約の力を養うこと
- ・授業理解と生徒の思考の変容(素朴概念)をみる
- ・思考や認知過程の内化・内省・外化を行い、生徒の資質能力を育成すること
- ・生徒に自己評価を行わせ、メタ認知の能力を育成すること

このOPPシートの役割を踏まえたうえで生徒が振り返ることのできるシートを作成した。

##### (3) 思考を表現する授業

柳田(2009)は「問題が与えられたことが思考のきっかけとなり…」と述べ、竹内・沢田(1984)は「…問題こそ思考活動を誘発する原動力である。」と述べている。このように、問題は思考することと密接な関係があり、授業では問題に触れることを大切にする必要がある。問題に触れるということを普段にない形で生徒たちには体験させていくことが意欲につながると考えた。問題に触れる機会を授業内で工夫していくために竹内・沢田『問題から問題へ』(1984)の問題から問題を作る活動に着目した。

竹内・沢田(1984)は、問題から問題を作る活動について次のような利点をあげている。

- ・学力に関係なく取り組む姿勢が見られる
- ・数学的な考え方が身に付く
- ・問題の構成要素が理解できる
- ・他者を意識した表現方法に変わる

また、この活動が頭で考えているものを外に表出し、思考を表現することにつながると考えた。そこで、この『問題から問題へ』を参考に問題を作る展開を授業で仕組む。

表1 表現の体系 (中原, 1995)

現実的表現	実世界の状況, 実物による表現。 例えば, 具体物や実物による実験等。
操作的表現	具体的な操作的活動による表現。 例えば, モデル化による具体物・教具等に動的操作を施すことによる表現。
図的表現	絵, 図, グラフ等による表現。
言語的表現	日常言語を用いた表現。または, その省略的表現。
記号的表現	数字, 文字, 演算記号, 関係記号など数学的記号を用いた表現。

## 2. 授業実践

### (1) 実習の概要

- ・実習校 … 山梨県内の中学校
- ・実習期間… 令和2年6月～11月
- ・対 象… 中学校2年生 2クラス
- ・授業期間… 6月～7月 全13回
- ・単元内容… 連立方程式

表2 単元計画

1	決めたシュートの本数は？
2	連立方程式とその解
3	連立方程式の解き方
4	加減法
5	代入法
6	いろいろな連立方程式①
7	いろいろな連立方程式②
8	連立方程式の利用（花の本数と値段）
9	連立方程式の利用（個数と料金）
10	連立方程式の利用（割合）
11	連立方程式の利用 （問題から問題へ/原問題「速さ」）
12	問題から問題へ/構造把握
13	問題から問題へ/発展課題

### (2) 実践概要

- ①自己評価シートの作成・運用
- ②補助発問による整理法
- ③図的表現の具体的な指導
- ④『問題から問題へ』を参考にした

#### 授業の実施

図3の思考プロセスのサイクル図との関連を示すと、次のような表3になる。なお、表3の△は、授業で扱っていない。

表3 思考プロセスのサイクル図との対応表

	①	②	③	④
情報の整理	○	○	○	○
思考を持つ	△	△	△	○
思考を表現する	△	△	△	○
思考の整理	○	○	△	○

### (3) 具体的な手立て

- ①自己評価シートの作成・運用

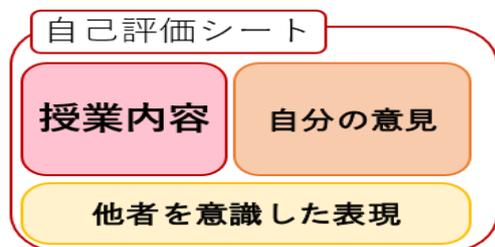


図4 自己評価シートのイメージ

自己評価シートの構成は、A4サイズ2枚でのちに1枚になるようなもので、1,4 ページ

目は授業前・後に解かせる問題、2,3 ページは1回の学習内容についてまとめる欄を授業回数分作った。

記入内容の観点を、「①単なる感想ではなく自分の考えを書いているか。」「②授業内容をわかりやすくまとめてあるか。」「③他者でもわかる表現であるか。」の3点とした。③に関して、中村(2002)はあとから見直す自分もメタ認知の観点から他者として考えることができると述べている。つまり、自己評価シートに書かれる表現は、他者を意識した表現である必要がある。以上の観点から、一回の授業欄に求めるのは図4のような内容になる。他者を意識した表現にするために、中村の3文字返事を参考に生徒の記述に疑問形で返す形で個人へのフィードバックを行う。中村は、3文字返事について、問いの形で返事を書くことによって、子供は問いを通して他者を意識し生徒自身が表現するときにより具体的な学習感想が生まれると述べている。

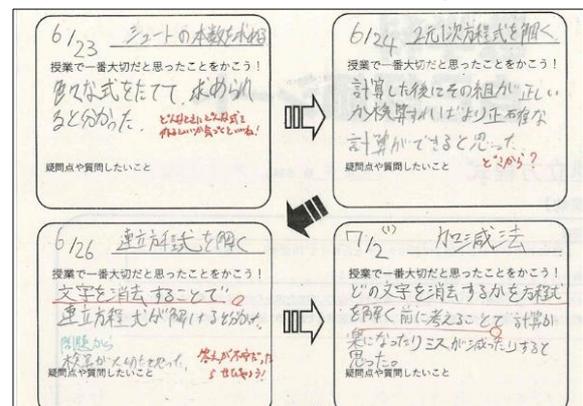


図5 生徒Uの自己評価シート

図5において右上(6/24授業回)教師側が「どこから？」と理由に該当する返事を書いたところ、次時の学習シート記入の際には生徒Uは色を変えて「問題文から…」と出典を意識する記述に変わった。このような返事をすることによって、「思考の整理」を促す。また、本実践では、学習内容をまとめることを「情報の整理」とする。学級へのフィードバックは、学習内容の要約や感想から自分の意見への昇華した内容など観点別で抽出したものをプリントにまとめて共有した。

## ②補助発問による整理

片桐(2004)は、発問に関して、「助け」は「発問の形でなされるであろう」と述べている。これは、学習の助けになると言い換えることもできる。また、松田・橋本・三上(2019)は、「子供に対して継続的に疑問を投げかけ、子供の中で思考を膨らませ引き出す発問が重要である」と述べている。このように、発問という形で「情報の整理」、「思考の整理」が促せると考えられる。今回は紙面の都合上、第8回・第10回の授業内容と補助発問時のプロトコルについて記載する。

第8回「カーネーションとバラの値段は？」において問題は以下のとおりである。

1本210円のカーネーションと1本170円のガーベラを合わせて10本買い、代金が2000円で花束を作ってもらおうと思います。カーネーションとガーベラはそれぞれ何本になるでしょうか？

問題提示し、自力解決場面に入ると手が止まる生徒が見受けられた。

表4 第8回 プロトコルの一部

T	計算を途中で止めていた人や計算をしてカーネーションの本数が7.5本って出した人もいたね。なんで悩んだんですか？
S1	小数になる
S2	真っ二つになる
T	なんで真っ二つになるって言えるの？ 小数になるとなんでダメなの？

このように現実場面に適さない違和感を覚えさせ、生活経験に訴えることで生徒の疑問を明らかにし、「思考の整理」を促す発問(太字)を行った。

第10回「ボランティアの参加人数は？」において問題は以下のとおりである。

ある中学校では、生徒がボランティアで地域の清掃活動をしています。先月の参加人数は130人でしたが、今月の参加人数は146人でした。男女別で調べると、今月は先月より男子15%、女子10%それぞれ増えていた。先月の男子、女子の参加人数はそれぞれ何人ですか？

問題提示時(問題文に下線部は記載なし)、問題を解くことができず、ほとんどの生徒がノートでは何もかけていない状態であった。

表5 第10回 プロトコルの一部

T	手が止まっている人が多いね。式は立てられましたか？
S	(沈黙)
T	じゃあ、なんで式が立てられないんですか？
S3	今月の人数が分からない
S4	先月から今月の増減が分からない

不完全な問題を提示し、連立方程式の問題を構成するために必要な情報は何か考えさせ、引き出すような「情報の整理」を促す発問(太字)を行った。

## ③図的表現の具体的な指導

高橋・近藤・増子(2008)は、生徒にはそれぞれに適する図的表現があると述べている。また、中原は図的表現にはさまざまな分類があると述べている。したがって、図的表現の指導には、教師が事前扱う図的表現を吟味する必要があり、さまざまな図的表現を用いる必要があるといえる。表6に、図的表現の分類の詳細を記載する。

表6 図的表現の分類(中原1995)

情景図	現実的情景、状況を表す図
場面図	算数・数学的場面を表す図
手続き図	操作や計算などの手続きを表す図
構造図	場面や問題などの構造を表す図
概念図	算数・数学の概念を表す図
法則・関係図	算数・数学の法則、関係を表す図
グラフ図	各種のグラフを表す図
図形図	各種の図形を表す図

次に、実際の授業で行った、図的表現の指導について述べる。授業場面では、問題の把握場面で図的表現が有効であるという旨を生徒に伝えたいので、全4回の授業を行った。表6を参考に図的表現の分類と授業において指導に使った図的表現を表7にまとめる。

表7 授業時数と指導した図的表現の一覧

8	情景図
9	手続き図, 情景図
10	構造図
11	法則・関係図

実際に行った指導の中で第9回と第11回の板書とともに授業内容について述べる。

第9回「動物園の入園券の値段は？」

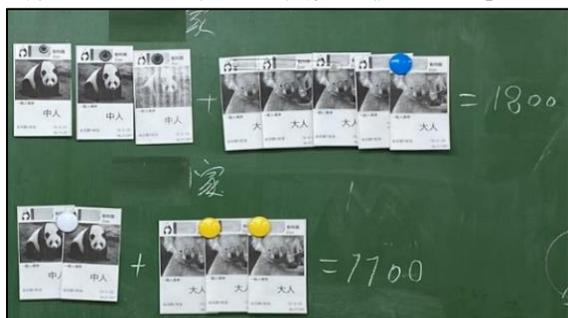


図6 板書1

入園券に見立てた教具を用いて状況を説明し、足りない部分は書いて補うよう生徒二人に指示した。生徒たちは式の形を考え図6のような情景図と手続き図を使用した。ここから、文字に置くものが何を表しているのかを再確認した。

第11回「甲府からイオンモールまではどれくらいかかるか？」

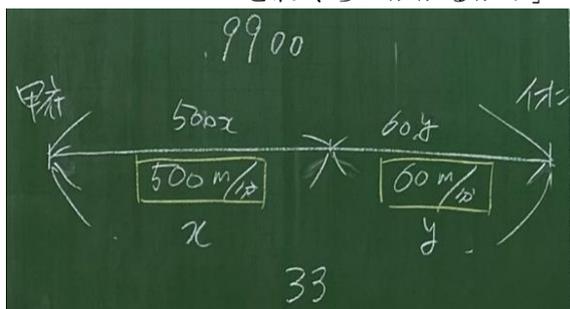


図7 板書2

立式の前に情報を整理するため、生徒たちがどういう表現を使って立式したか問うと数直線という意見が出た。その後、図的表現を取り扱うことで学力に課題がある生徒でもこの数直線を見て立式できている様子があった。

④『問題から問題へ』を参考にした授業の実施

竹内・沢田(1984)では、授業の手順を図8のように示されている。

- i. 原問題の解決
- ii. 問題づくり
- iii. つくった問題の発表と分類・整理
- iv. つくった問題の解決
- v. まとめと発展

図8 授業実践の流れ(竹内・沢田, 1984)

以上の図8と筆者の思考プロセスのサイクル図(図3)を関係づけ、授業を構成した。次に本単元のねらいについて述べ、内容を記載していく。

ねらい：問題から新たな問題を作る授業を通して、連立方程式の構造を把握し(思考の整理),より確かな思考をもち問題を表現する。内容については、以下に述べる。また、一方のクラスをA,もう一方のクラスをBとする。

○情報の整理から思考を持つ段階(i)

授業で扱った原問題は次のとおりである。

Aさんは13時に甲府駅を出発し、9900m離れたイオンモールまで向かいました。甲府駅から常永駅まで電車で行き、常永駅からは分速60mのペースで歩き、イオンモールまで行きました。その時の電車の分速を考えると500mで、イオンモールについたのは13時33分でした。電車に乗っていた時間と常永駅からイオンモールまで歩いた時間をそれぞれ求めましょう。

問題作りの段階に行くためには、この原問題を理解した状況であることが必要であるため、図7のように図的表現を用いて、立式過程を丁寧に確認し、指導した。ここでの情報の整理とは、問題場面を把握することである。

○思考を持つから思考を表現する段階(ii)

「この問題をもとに新しい問題を作りましょう」という発問をし、発展課題としてまずは個人で考えるよう、取り組ませた。構造把握のためには、さまざまな問題を生徒たちには考えてもらう必要がある。また、問題を作る際に、“もと”にすることを速さの問題で違う問題を作るととらえる生徒も考えられた。そのため、授業では素早く取り組んでいる生徒の中で速さの問題以外を取り扱っている生徒の問題を発表させた。最終的にA,Bともに約半分の生徒が速さにまつわる問題以外を考えていた。ここでの思考を持つとは、個人で問題を作りあげることである。

○思考の表現から思考の整理の段階(iii)

各クラス班活動で連立方程式の問題の分類を行った。Aでは、個人の問題を印刷し、分類をさせた。Bは、教師からの提示した分類で、それはどんな分類であるか考えさせた。Bでは、教師からの提示こともあり、少し強引であったがどちらのクラスも、連立二元一次連立方程式の問題には、「条件」は2つあ

るとい構造を把握することにつながった。ここでいう「条件」とは、「リンゴ1個とオレンジ2個買って300円」のような問題文の式になる部分の情報を指している。ここでの思考を表現するとは、自分の問題を表現することである。

○思考の整理から思考を持つ段階(ii)

“もと”にすることが構造を把握することだと共通理解を図ったうえで、「より難しい問題を作ろう」と発問した。その後、班員の問題を見比べながら、問題の構造を把握したうえで、各班なりの難しい要素を加え、新しい問題を作成していた。図9に各学級各班で作成した問題を記載したプリントの一部を示した。

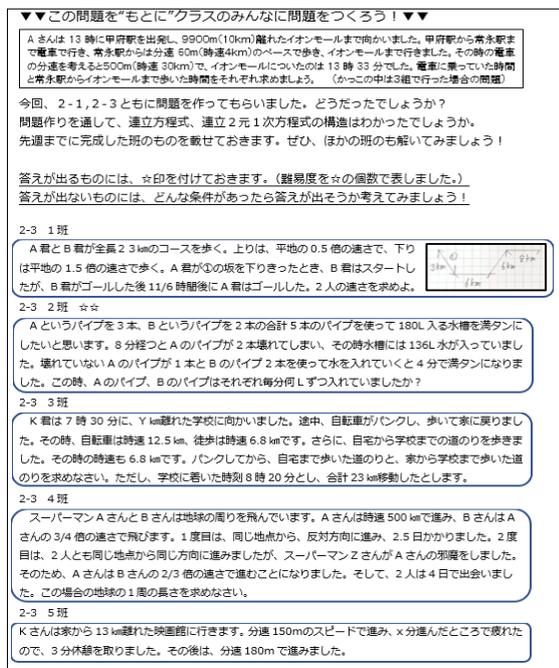


図9 クラスの問題をまとめたプリント  
ここでの思考の整理とは、問題を分類し、連立方程式の構造把握につなげることである。

○思考を持つから思考を表現する段階(iv)

授業時間の関係で手順(iv)は授業内に行うことができなかった。そのため、(iv)は生徒に図9のプリントを配り、個人で解くよう指示した。ここでは、問題を解くことを通して思考プロセスの具体化がどのように活用されるか、みとることを目指していた。

### 3. 検証

「問題から問題へ」の授業を通して最後の(iv)の段階で思考プロセスの具体化がどの程度なされているか検証することが授業中にできなかったことから検証問題を作成し、担当時間外に実施した。

目的：立式するときどのように表現するのかを検証する。

内容：3問の文章題を連立方程式の立式まで行う。その際、問題用紙には「連立方程式を作る際に用いた計算式やメモ、図、表などは消さずに残しておいてください。」と記載した。

問題：全3問で難易度は1,2問目を教科書レベル,3問目を発展のレベルで設定した。

#### 1 問目 個数

ペン3本とノート2冊を買ったら代金の合計は480円になり、ペン5本とノート3冊を買ったら代金の合計は760円になりました。ペン1本とノート1冊の値段はそれぞれいくらですか。

#### 2 問目 速さ

いつきさんは、ゆうだいさんとドライブに出かけました。高速道路は時速90km、普通の道路は時速40kmで走り、総走行距離は400kmとなりました。ドライブにかかった時間が5時間だったとすると、高速道路と普通の道路をそれぞれ何時間走行したことになりますか。

#### 3 問目 水量

AとBの2種類のパイプから180L入る水槽に水を入れます。最初の8分間はAのパイプ3本とBのパイプ2本を使って136L入れました。しかし、ここでAのパイプが2本壊れてしまい、そのあとはAのパイプ1本とBのパイプ2本を使って水を入れていきました。するとパイプが壊れてから4分間でこの水槽は満タンになりました。この時A、Bのパイプはそれぞれ毎分何Lずつ水槽に水を入れていたのでしょうか。

## IV. 結果

### 1. 授業実践

実践結果からノート記述において図的表現(板書の写し、自己判断によるもの)が記述されていた生徒の割合は、Aが69.4%(N=36)、Bが100%(N=33)であった。そのうち、板書以外の表現を使っていた割合はそれぞれ、84.0%(21人)、63.6%(21人)であった。

### 2. 検証問題

思考プロセスの具体化が行われた割合と正しい立式ができた割合が次のとおりである。

表8 検証問題の結果

	A (n=36)	B (n=36)	正しい立式が できた割合(n=72)
1問目 個数	15%	6%	98%
2問目 速さ	24%	9%	83%
3問目 水量	33%	39%	61%

### 3. インタビュー調査

目的：図的表現の有用性を探る

対象：以下の観点から4パターンに分類

- (i). 調査問題で図的表現が活用されているか
- (ii). 日々の授業で図的表現の有用性を感じているのか

**【判断基準】**

授業時のノートで図的表現が使用されている。または、自己評価シートで有用である旨が記述されている。

- ア. 活用している かつ 有用性を感じている
- イ. 活用している かつ 有用性を感じていない
- ウ. 活用しない かつ 有用性を感じている
- エ. 活用しない かつ 有用性を感じていない

各項目2名程度、さらに特定の記述をした生徒Mを加え、計11名を抽出してインタビューを行った。

内容：全3問

表9 インタビュー内容

①	図的表現は式を立てるのに役立つか	はい いいえ	理由
②	調査問題で図的表現を使ったか	はい いいえ	理由
③	他の単元で図的表現は使うか、またどんな時か	はい いいえ	どんな時か

※記載上、イメージ図や表・グラフ→図的表現と表現を変更しています

以下では、はいを○、いいえを×、その他を△で明記する。

- ① 図的表現は式を立てるのに役立つか  
はい (10人) / その他 (1人)

○自分の頭を整理するために。(ア)  
○図とかがあることによって頭の中が整理されるから。(イ)  
○その状況とかを整理して、考えやすくなるから。(ウ)  
△図とか表があれば、見ただけで分かったりするから。(エ)

- ② 調査問題で図的表現を使ったか  
はい (5人) / いいえ (6人)

○必要な情報を適切に抜き出すために文章とか、表とかで可視化しているつもりです。(ア)  
○桁数によって整理しなきゃと思うようなものがあれば。(イ)  
×問題文に数字が書いてあってそのまま式にできたから。(ウ)

- ③ 他の単元で図的表現は使うか  
はい (8人) / いいえ (2人) / その他 (1人)

○普段からちょこちょこ使う。(イ)  
×使うほどの問題でない、もし難しい題にあたれば使う。(ウ)  
△必要に応じて。(エ)

上記の項目に加えて生徒Mには追加のインタビューを行った。

生徒Mは調査問題の解答内容としては、1, 2 問目は図的表現使い、正しい立式ができています。3 問目は、無回答であった。このことから次の仮説を立てた。

- ・問題の難易度が高い
- ・思考プロセスの具体化が難しい
- ・時間がなかった

この生徒には上記の仮説をもとに次のことを行った。

- i. なぜ3 問目はできなかったのかインタビューを行う。
- ii. 新たな図的表現を与えた際に解けるのかの検証(筆者が検討した図的表現)

解答)

i では生徒Mは「時間がなかったのと、問題が難しかった」と述べ、ii ではもう一度3 問目の問題をやってもらった。手が止まり悩む様子を見せ、こちらが作成した図を見せたが「(今回の)図があっても変わらない、わからない」と述べていた。

1~3 の結果をまとめると次のようになる。

- ① 立式過程において思考プロセスの具体化の有用性があると感じている。
- ② 思考プロセスの具体化の機能として整理(視覚化)することが挙げられる。
- ③ 自分の学力にあった図的表現がある。

### V. 成果と課題

授業実践において板書以外の表現でノート記述されている生徒は、思考する際に自身が思考する際に役に立つと感じ、図的表現を使ったと考えられる。ここで、板書以外の表現を用いて表現した割合が高いことから思考プロセスの具体化が有用であると認識している割合が高いといえる。また、上記結果①②より、思考プロセスの具体化の有用性はわかっているが、自分の学力のレベルと提示される

問題のレベルによって表現をするか否かの判断をされると考えられる。また、インタビューの判断基準でAに該当する生徒で「特に書かなくてもいいかなと思っている問題でも一応書きます。」という発言があった。一方で、この生徒は「図をかいたら逆に時間がかかりそうな問題は書きませんがね。」とも述べており、問題のレベルがその生徒にとって簡単であると判断する水準であれば表現しないと考えられる。とらえ方を変えれば、生徒が自身の学力と同等の問題に当たった場合に思考プロセスの具体化をする可能性があるといえる。学力に課題がある生徒に関しては、生徒Nが授業内で図的表現を指導した回の自己評価シートに「問題を読んで、まず頭の中でイメージすることがとても大切だと思いました。」という記述をしていた。これは問題把握において具体的な場面を考えることが有用だととらえている様子である。つまり、思考プロセスの具体化が有用であると案に気付いていると考えられる。以上のことから、生徒たちは、思考プロセスの具体化の有用性を感得していると示唆される。

直接的に整理の段階が思考プロセスの具体化を促進するという結果を出すことが難しかった。だが、インタビュー①と③の解答結果の差から考えると実践③やインタビュー①のように情報の整理の段階など、思考プロセスの具体化の場面を区切ったことが有用性を高めることにつながるのではないかという可能性を見出すことができた。

しかし、目指す生徒像に近づけるには思考プロセスの具体化の活用という面も考えなければならない。今回の実践において、活用の側面を振り返ってみる。生徒Nは、有用性に気付く意見を述べているが、検証問題において図的表現を用いることをしていない。このことから、有用性を感じていても、実際に思考プロセスの具体化は今回の指導だけでは不十分であったことが考えられる。また、生徒Mのインタビュー内容iiからも自分なりの図

的表現が見つかることができていないことがわかる。これは図的表現の「自由性」が起因すると考えられる。表現方法が多様であることは、学習者にとっていい面であるが、その中で学習者自身が自分に適した図的表現を見つけ出せるかが課題である。図的表現の指導だけではなく、学習者自身が評価するような展開を仕組んだ授業を立案することが望ましい。教師が指導し、学習者自身が自己内で評価するのでなく、学習者同士で考えられる表現を評価し、自身に落とし込む時間を設定する必要がある。このことから図的表現の「準備性の原理」がより一層必要であることが証明された。この「準備性の原理」には、「視覚的处理力」、「図的情報の解釈力」等が必要とされている。普段の授業で視覚情報の処理を意識した単元構成の作成が必要である。そのうえで、生徒の思考プロセスの具体化を評価する授業を作っていく。生徒それぞれの図的表現の評価し、最終的に自分なりの図的表現を持つことができることを目標とする。今後はこの単元構成と授業立案に臨んでいきたい。

#### 参考文献

- 堀哲夫 著 (2013) 『一枚ポートフォリオ評価OPPA』東洋館出版社
- 片桐重男 著 (2004) 『数学的な考え方の具体化と指導-算数・数学科の真の学力向上を目指して-』明治図書
- 松田航・橋本忠和・三上清和 (2019) 「数学的な見方・考え方を育む発問を視覚化する発問評価シートについての一考察 — 米国NCTMの数学的モデル化を活用して —」
- 中原忠男 (1995) 『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』聖文新社
- 中村享史 (2002) 『「書く活動」を通して数学的な考え方を育てる算数授業』東洋館出版社
- 鈴木裕大 (2020) 「数学的な見方・考え方を育てる思考プロセスの具体化に関する研究—教師による板書と生徒によるノート記述・発言に注目して—」山梨大学教職大学院研究報告書
- 高橋将也・近藤早苗・増子恭信 (2008) 新潟大学教育人間科学部数学教室『数学教育研究』「立式における図的表現の効果に関する研究—連立方程式の立式を中心に—」
- 竹内芳男・沢田利夫編著 (1984) 『問題から問題へ—問題の発展的な扱いによる算数・数学科の授業改善』