

高等学校数学科における

生徒の対話活動を重視した授業実践とその分析

—数学Ⅲ「微分法の応用」凸性の活用から—

教育学研究科 教育実践創成専攻 教科領域実践開発コース 中等教科教育分野 望月宏紀

1. はじめに

高等学校においては、令和4年度の入学者から平成30年に告示された学習指導要領が適用される。新学習指導要領には、育成すべき資質・能力が、「知識及び技能」、「思考力、判断力、表現力」、「学びに向かう力、人間性等」の3つの柱で整理して示されている。目まぐるしく環境が変化する時代を生き抜くためには、前述した資質・能力を身に付けること、また、生涯にわたって能動的に学び続ける姿勢は生徒にとって不可欠な要素である。資質・能力の育成に向けて、教師に求められることは、長年培ってきた授業方法や指導体制を活かしつつ、「知識及び技能」を確実に習得させることに加えて、「思考力、判断力、表現力」を高める指導の在り方を模索し続けることである。さらに、一人ひとりの生徒が主体的・対話的となりながら、日々の学びを実感できるように授業改善を推進していくことも必要である。

2. 活動性の高い授業の実現に向けて

昨年度（令和元年度）は、一人ひとりの生徒が役割や責任感をもち、協同的に問題解決を図ることができることとされるグループワークの技法である「知識構成型ジグソー法」について実践研究を行った。知識構成型ジグソー法には、「組み合わせ型」「多思考型」という2つの大きなアプローチから問いに迫る方法がある。飯窪他（2017）によれば、組み合わせ型とは「課題を解くのに必要な複数の考えを各エキスパートが担当し、組み合わせで課題の解決を図る方法」であり、多思考型とは

「課題に対する複数の異なるアプローチを各エキスパートが担当し、比較検討しながら課題解決を行うとともに、各アプローチの共通点や差異に着目し、理解の抽象化を図る方法である」と述べている。筆者はその2つの型の中から「多思考型ジグソー法」に着目し、実践研究を行った。その動機は2つある。1つ目は、生徒一人ひとりに明確な役割を与えることによって、特定の生徒だけが活躍するのではなく、グループ全体の活動性がより高められる技法であると考えたからである。2つ目は、「多思考型」が、3つのエキスパート課題を組み合わせなくても、答えを求めることができる「型」だからである。問いを解くための最適なアプローチについて、複数の解法を様々な視点から生徒たち自身が比較検討することで、生徒一人ひとりの複眼的思考が高まる技法になり得ると考えたからである。成果と課題を含めた分析結果については、昨年度の教育実践研究報告書を参照されたい（望月，2020）。以下、概要を述べる。成果としては以下の2点が挙げられる。個人活動①から②で正答率の上昇が見られた点、また、生徒たちのOPPシートの記述から、複眼的に思考していることを見とることができた点である。一方、課題としては以下の点が挙げられる。問いの設定およびエキスパート課題の設定の難しさである。特に、エキスパート課題の難易度にバラつきがあると、グループワークの停滞につながることもあり、他の活動にまで影響を及ぼすこととなる。

今年度は昨年度の成果と課題を踏まえ、引き続き、生徒が主体的・対話的となる活動性

の高い授業について実践研究を行うこととした。安永(2012)は、「活動性の高い授業では、学びを他人事ではすまされない自分自身のことであると学生に意識させ、自分と仲間の学習過程に深く関与させる必要がある。」と述べている。安永(2012)の見解を踏まえると、真に活動性の高い授業とは、生徒一人ひとりが責任感をもち、主体的・対話的となりながら深い学びを実感することであると考えられる。真に活動性の高い授業を実現するために、授業者には協同学習の理論及び技法を十分に理解すること、また、生徒の実態を踏まえた授業構想力が求められる。

3. 授業を構造化する

協同学習に関する研究で世界的に高名なジョンソン兄弟は、協同学習の基本要素として次の5つを挙げている。1つ目は肯定的相互依存関係(互惠的協力関係)、2つ目は促進的相互作用、3つ目は個人の役割責任、4つ目は社会的スキル、5つ目はグループによる改善手続きである。授業者は単にグループによる対話活動を計画するだけでなく、この5つの基本要素を踏まえ、授業の中でどのように具体化し、実践するかを検討する必要がある。

協同学習の実践事例は学校種を問わず数多く存在している。知識構成型ジグソー法の中には、前述したように、適切なエキスパート課題の設定に困難さを示した報告がある。今年度は、昨年度の知識構成型ジグソー法のように活動の型に明確な規定がある技法ではなく、グループごと自由に活動できるワールドカフェ方式を適用した実践研究を行うこととした。

ワールドカフェとは、1995年にアニータ・ブラウンとデイビッド・アイザックによって始められた対話技法である。香取(2009)は「ワールドカフェは、メンバーの組み合わせ変えながら、4~5人単位の小グループで話し合いを続けることにより、あたかも参加者全員が話し合っているような効果が得られ

る会話の手法である」と述べている。筆者がワールドカフェ方式を取り入れた実践研究を行う動機について詳述する。1つ目は、生徒がよりリラックスしながら自由に発想することのできる技法だからである。生徒同士が既習事項と関連付けながら自由に意見を表明できるグループワークを設計することでより活動性の高い授業を実現できると考えたからである。2つ目は、協同学習の他の技法に比べ、より多くの人と意見交換することのできる技法だからである。3つ目は、数学における授業実践例が少なく、本研究によって高校数学における有効性を示したいと考えたからである。

本研究では、図1のように授業を構造化し、生徒の活動と教師の役割を明確にした。さらに、昨年度に引き続きOPPシートを用いることで、生徒自身が授業活動を振り返り、教師がその記述を確認することで双方の内省を促進することとした。



図1 授業形態と教師の役割(筆者作成)

最後になるが、平成30年に告示された高等学校学習指導要領「総合的な探究の時間」によると、従来「協同的」としてきたものを今回の改訂で「協働的」と改めた趣旨は、意図するところは同じであるが、異なる個性をもつ者同士で問題の解決に向かうことの意義を強調するためと述べている。本研究においては、ジョンソン兄弟の協同学習における5つの基本要素を踏まえ授業構想を行うが、学習指導要領にある趣旨に同意するため、以下「協働」で統一することとする。

4. 実習校での研究授業

表1 ワールドカフェ方式 授業実践の流れ

第1ラウンド	【導入および説明】 個人で探究する（個人活動）	・授業者が本時の探究課題について説明する ・1人で課題について考える（個人用ワークシートへ記入）
第2ラウンド	【展開】課題について探究する （グループワーク①）	・3人～4人ずつ課題について話し合う （グループ用ワークシートへ記入）
第3ラウンド	アイデアを他花受粉する （グループワーク②）	・各テーブルに1名のホストだけを残して、他のメンバーは旅人として他のテーブルに行く ・各テーブルのホストは、自分のテーブルでのダイアログ内容について説明する ・旅人は、自分のテーブルで出たアイデアを紹介し、つながりを意識する （グループ用ワークシートへ記入）
第4ラウンド	気づきや発見を統合する （グループワーク③）	・旅人が元のテーブルに戻り、旅で得たアイデアを紹介し合いながらダイアログを継続する （グループ用ワークシートへ記入）
第5ラウンド	集合的な発見を収穫し、共有する （全体での交流・共有化）	・カフェホストがファシリテーターとなって、全体でダイアログする （ホワイトボードで発表）
第6ラウンド	【まとめ】個人で振り返る	・授業感想シートへ記入する （OPPシートへ記入）

出典：香取（2009）「ワールド・カフェをやろう」P59を参考に筆者が加筆作成

堀（2012）は、教室で行うワールドカフェのテーマには2つの条件があるとして、「一つは生徒たちが当事者意識をもって取り組めるテーマであるとともに、ある種の公共性をもつテーマであること」もう一つは、「生徒たち全員がフラットな関係で取り組めるテーマであること」と述べている。これらを踏まえた時、ワールドカフェ方式協働学習を実践する授業者に求められることは、学習者が探究する価値を感じる課題（問い）の設定である。そのためには、探究課題（問い）を吟味し、出題には十分注意を払わなければならない。ワールドカフェ方式授業実践の流れについては、堀（2012）のワールドカフェ10のステップと香取（2009）のワールドカフェの標準的なプロセスを参考にしながら、図1を具体化し、表1のように作成した。

続いて、授業実践を行ったクラス（パート）の実態について述べる。対象生徒は普通科高校3年生理系クラスに所属する生徒たちである。全生徒が数学Ⅲを履修し、主に国公立大学理工系の大学進学を目指している。8月には数学Ⅲの学習内容全般を一通り終えており、研究授業を実施した10月には受験に向けた

演習型授業が続いている状況であった。

<研究授業の概要>

実施日：令和2年10月29日
 実習校：山梨県立B高等学校（普通科）
 対象：3年理系クラス生徒（14名）
 単元：数学Ⅲ「微分法の応用」
 内容：「グラフの凸性と不等式」

【65分授業の展開】

第1ラウンド

- ①課題提示（5分）⇒PowerPoint使用
- ②個人活動（10分）

第2ラウンド グループワーク①（15分）

第3ラウンド グループワーク②（15分）

第4ラウンド グループワーク③（10分）

第5ラウンド 全体交流・共有（5分）

⇒ホワイトボード使用

第6ラウンド 振り返り（OPPシート）（5分）

第1ラウンド

①課題提示

授業の導入では、PowerPointのスライド（図2～図5）などを用いて、凸な関数の不等式について触れた。その後、図6および図

7の問い(1)(2)(3)に関するワークシートを配布した。

第6章 微分法の応用

【不等式への応用/凸性の活用】

図2 PowerPoint資料①(表紙)

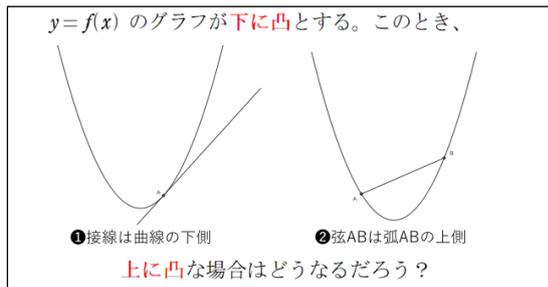


図3 PowerPoint資料②

これらの上下関係を利用すると、例えば、
 $e^x, x+1$ の大小は?
 $\sin x, \frac{2}{\pi}x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) の大小は?
 考えてみよう!

図4 PowerPoint資料③

ところで、下に凸って・・・

関数 $f(x)$ が第2次導関数 $f''(x)$ をもつとき、
 $f''(x) > 0$ である区間では、
 曲線 $y=f(x)$ は下に凸である。

だったよね。

高等学校 数学Ⅲ(数研出版)教科書P182参照

図5 PowerPoint資料④

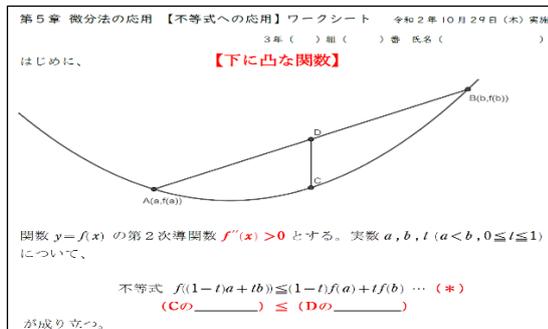


図6 配布したワークシートの一部

それでは・・・本日の課題について考えてみよう!

問 次の(1)~(3)について答えよ。

(1) $f(x) = -\log x$ のグラフは $x > 0$ で下に凸な関数であることを示せ。

(2) (*)を利用して、 $t = \frac{1}{2}$ のとき $0 < a < b$ の範囲で導かれる a, b に関する不等式を求めよ。また、何か気づいたことがあればそれについても述べよ。

(3) $a > 0, b > 0, c > 0$ のとき、 $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ が成り立つことを示したい。

どのように考えていけば導くことができそうか(1)~(2)を踏まえて方針を示し、証明せよ。(等号が成り立つのはどのような場合かも答えよ)

図7 配布したワークシートの一部(問い)

図7の問いについて、出題意図を3つ述べる。1つ目は、(2)の凸関数上の2点の中点が曲線より上にあることに着目し、各y座標の大小関係を考察すること(不等式への応用)は、数学的な見方・考え方を働かせた学習活動につながると考えたからである。2つ目は、凸性から2数の「相加・相乗平均の大小関係」が導かれることで、数学の不思議さや奥深さを感じてもらえることができると考えたからである。3つ目は、(3)を解く際、(2)の導出過程を振り返ることで、3数・4数...と「相加・相乗平均の大小関係」を拡張し、一般化した場合を推定できるなど数学的なよさを認識し、積極的に数学を活用する態度が養われる対話活動になると考えたからである。本来であれば、直観的に分かることであっても数学的に証明することは必要である。厳密には、数式を用いてJensenの不等式を導出する必要があるかもしれないが、証明が少々難しくなるので本時で触れることはなかった。

②個人活動

①の課題提示から、個人で問いについて解答することから始めた。

グループワーク前の個人活動①で正答・誤答であった生徒の数(14名中)

- (1) 正答 12名 誤答 2名 無答 0名
- (2) 正答 2名 誤答 12名 無答 0名
- (3) 正答 0名 誤答 2名 無答 12名

(1)については、商の微分を用いて正確に計算することさえできれば容易に第2次導関数の符号を判断することができる。誤答であ

った2名の生徒は第二次導関数を求める過程で計算ミスをしていた。(2)については、厳密には等号成立はしないが、等号を付けてあっても対数不等式を正確に計算した生徒2名を正答扱いとした。(3)については、解答に至る視点が見つからず無答の生徒が多数であった。

第2ラウンド グループワーク①

14名の生徒を4グループに分けた。(4人グループ×2班、3人グループ×2班)グループメンバー全員が、個人活動で分かったことや分からなかったことを順番に発表することから始めるよう指示した。その後、グループワーク①を通して、特に「分からなかったこと」を全員に意識させ、次の第3ラウンドのグループワークに臨むよう伝えた。

第3ラウンド グループワーク②

各グループには、前時にホスト役と旅人役を決定しておくよう伝えてあり、それぞれの果たすべき役割や責任についても説明をしていた。また、旅人は必ず別々のテーブルに移動することも伝えていた。事前準備を徹底したこともあり、スムーズにグループワーク②が開始され、新しいグループでもダイアログを継続することができた。

筆者はファシリテーターとして、グループワーク中は、極力各グループには関与せず、時間管理及び表1にある役割などを意識させることに専念した。



旅人が他のグループに移動する様子

第4ラウンド グループワーク③

グループワーク①とグループワーク②のダ

イアログ内容を踏まえ、ホストと旅人たちによるダイアログがより活発になっている様子が見られた。全生徒がそれぞれの役割や責任を自覚しており、全グループが自由にアイデアを出し合いながらダイアログを継続していた。



気づきや発見を統合する様子

第5ラウンド 全体交流・共有

ワールドカフェにおける全体交流の場面では、ホストが模造紙を使用してアイデアを発表する場面があるが、本時ではグループの机の上で書ける小型ホワイトボード(上写真を参照)に記述解答を作成させることにした。

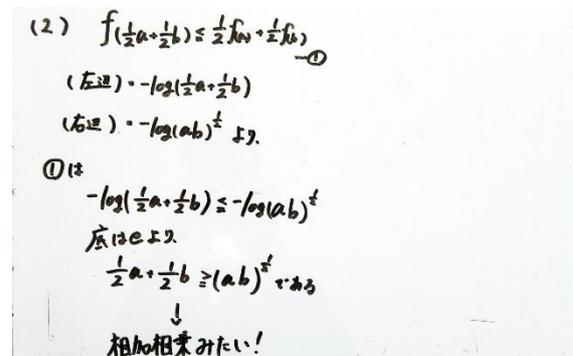


図8 ホワイトボードの記述①

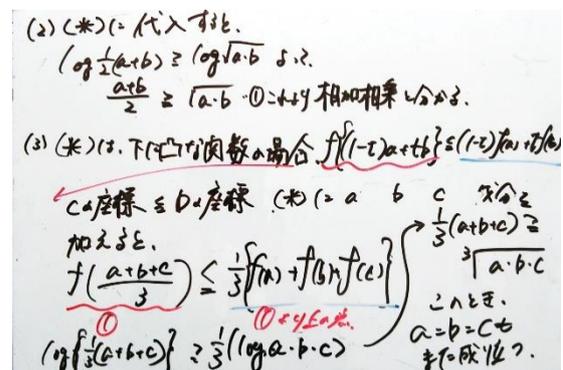


図9 ホワイトボードの記述②

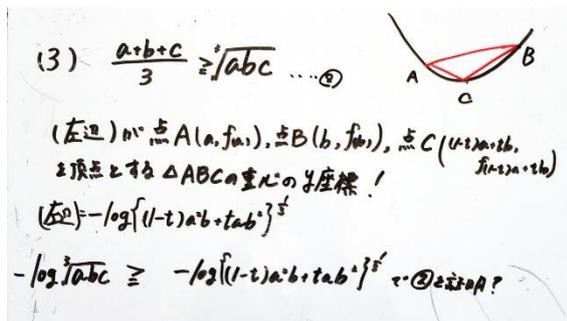


図10 ホワイトボードの記述③

図8は、等号は成立しないものの対数不等式から導かれた不等式が2数の「相加・相乗平均の大小関係」であると気づいた解答である。図9は、(2)と同様に凸性を利用し、グラフを考察することで不等式を導き出そうとしている解答である。重心のy座標、曲線上のy座標の大小関係を比較しているという表現はないものの、あと一步で正答に至る記述であるといえる。図10は、間違っただけの記述であるが、(3)の(左辺)が三角形ABCの重心のx座標を表していることに気づき、グラフを利用しながら解決を試みようとしている解答である。

筆者の観察から、全4グループが(2)の相加・相乗平均の不等式まで導き出すことができた。しかし、(3)については、重心の座標に着目し、記述を試みたグループはあったものの、途中式の説明を含めて完答に至るグループはなかった。

第6ラウンド 振り返り

(OPPシートの一部) ※ (原文のまま)

① 今日の授業で分かったことや大切だったことは何ですか。

問いに関すること

- ・微分の性質から、相加相乗平均を導くことができた。
- ・相加相乗の公式の求め方が分かった。
- ・微分法がテーマだったので、まさか相加相乗平均が出てくるとは思わず、やはり数学は様々なところでつながっていることがわかった。
- ・途中で「相加相乗」の式がでてきて、微分にまででてきてびっくりした。この式の形が「相加相乗」だと分かったとき感動した。

数学の学習に関すること

- ・とにかく値を代入してみたり、とりあえず何かをやってみたりすることで、解答が求められることもあるので「やってみる」ということが大切だと思った。
- ・その時にやった単元にとらわれず、過去の知識を引っ張り出してこなければならぬときがある。
- ・一つの考え方にこだわっていて、よりよい案にたどりつかなかったのはもったいないと感じた。
- ・今まで習ったことを覚えているだけではあまり良くないということ。
- ・証明などにおいては、数学の公式だけを覚えているだけでは十分に解くことができず、本質的な部分を理解していないときびしいということが分かった。また、式だけで考えるのではなく、図形的に思考することで、見えなかった部分が明らかになっていったので、図やグラフを書いて考えることが大切なのだなと思った。
- ・私はテストで分からない問題に出会ったとき、1つの視点で分からない沼にハマってってしまうけれど、考え方は多様であると学んだので、1つの視点で突き進むのではなく、分からないとき、いろいろな視点をもつことが大事なのか…と思いました。
- ・同じ問題でも、人によって解き方や考え方が違うということを実感することができた。
- ・式が何を表しているか本質を考えることが大切
- ・自分で考えて話し合うことで、新しい見方・考え方を得られる。
- ・基礎的な理解から考え方を広げられる。
- ・“分かって” “理解しよう” “知りたい” “と思う意欲的な態度
- ・論理的に説明すること
- ・数学でも、ただ公式を暗記するだけだと、すぐに忘れてしまうし、応用問題に対処できなくなってしまうから、こういう本質や深いところまで考えることは本当に大事だと思う。

② 疑問点・質問

・n点 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ のとき

$$\frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} \geq \sqrt[n]{X_1 X_2 X_3 \dots X_n} \text{ が成り立つと思う。}$$

- ・点が4点、5点、6点〜だった場合成り立つのか？
- ・(1) (2) は理解できたけど、(3) の進め方が、、、う〜んという感じだった。
- ・ワークシート(3)、どうやって導くのだろう…とモヤモヤしています。

・ $\sqrt[3]{abc}$ が何を表しているか分からなかった。

・微分と相加相乗に何か関係性はあるのか。

③このようなグループワーク型授業についてどう思いますか。

自由に感想を書いてください。

・人に説明するとき、100%分かっていないと相手を納得させられないので、本当に自分が理解しているかが分かりやすい。

・話し合うことでみんなの理解が早くなる。

・他の人がどのようにして問題を解いているかを共有し、自分の勉強への参考にすることができるのでいいと思った。

・自分1人で考えるより他人と話し合った方が分からない時は良いと思った。

・他人と話している時、理解が深まる。

・話が盛り上がった時は楽しかった。

・友達の考え方を知ったり、同じ変形でも観点が違ったりするのが知れるので良かった。

・目的にもよるが、「ディスカッション」を重視したいのなら、本日のような授業はもちろん必要だが、その前にグループの「ホスト」の質を上げなければ意味がないと思う。

・わざわざグループを作らなくても、普段の授業から意見が飛び交うのがよいと思う。

・自分で分からなかったことを共有できるし、解決もできるので、やりやすかった。また、他の人がどのように考えているのかを知れたし、それを教えてもらうことで「そういう考え方もあるのか!」と考え方の幅が広がった。

・皆と話しながら勉強することで、「学びたい」「知りたい」と強く思えた。

・基礎的な知識を使って様々な問題を解くことは、普段の数学の問題を解く上でもすることだから、今日みたいな授業はそこにも生きてくると思う。

・グループワークは1回分らないゾーンに入ってしまうと、なかなか抜け出せなくなってしまうところは課題だと思った。

・分からないところは聞けるし、新しい考えを得られるし、組み合わせることで思いつけたりすることができるので良いと思いました。

・授業は楽しかったが、考える時間をもっと欲しかった。

・自分の考えを発表することは完全に理解しないと上手に説明できなと感じている。グループワークは、自分の理解度が分かる上でよいと思う。

・最初の3人の話し合いで、自分たちの意見をまとめることができ、「旅人」となって他のグループの考えを共有できたことで

さらに意見をふくらませることができたので良かった。

・「ホスト」と「旅人」のグループワークはなんだか新鮮で、色々な人の考えを聞くことができたり、普段あまり関わりのない人とも考えをシェアできて、とても楽しかった。できたら、またやりたいくらい楽しかったです。

・自分たちで話し合いながら答えを導いていくと、本質的な部分からしっかり考えることができたので、できたら1、2年のときに、こういう授業形態だったら、より理解が深まっただろうと思いました。

5. 成果と課題

研究授業における生徒観察および生徒のOPPシートの記述を総合的に判断したとき、高校数学における「ワールドカフェ」を適用した協働学習は、生徒の活動性を高め、主体的・対話的となりながら深い学びを実感する上で有効な方法であると考えられる。第1に生徒のOPPシート記述で顕著であったことについて2つ述べる。1つ目は、探究課題(問い)についての最適なアプローチ方法を協働的に考えることで、多角的な視点で問いを捉えることの重要性を認識している生徒が多数いたことである。2つ目は、他者に説明することで、説明者自身の知識理解の促進につながっていると感じている生徒が多数いたことである。第2にグループワークを観察した場面でもその有効性を感じることができた。そのように感じられた場面を2つ挙げる。1つ目は、対話活動を通して、生徒個々が自らの役割や責任を自覚し、思考を働かせながら論理的に解決を図ろうとしていたことである。2つ目は、対話活動が活性化したことで、「もっと知りたい」「もっと学びたい」といった学習者の内発的動機付けが高まったことである。次に課題について述べる。1つ目は、昨年度の「多思考型ジグソー法」を取り入れた授業を設計する場合と同様、探究課題(問い)の設定が難しいことが挙げられる。2つ目は、ホストの育成が必要であることが挙げられる。ホストはファシリテーターとしての責任と役割を果たさなければならない。グループワークの質を上げるために、ホストの育

成は必要条件である。今後の授業実践に向けての課題となった。

昨年度は「多思考型ジグソー法」、今年度は「ワールドカフェ方式」の協働学習について実践研究してきた。大きな成果として挙げられることは、生徒達が協働的に学ぶことで、(個々の学びだけでは得られない)より深い学びへとつなげられる可能性を示すことできた点である。

来年度以降も引き続き、ワールドカフェ方式を取り入れた授業を行い、個々の生徒(またはグループ)がどのように思考を深めて問題解決を図るか、その変容を見とり・分析していきたいと考えている。また、生徒一人ひとりが主体となり、学びを深められる構造的なグループワーク授業についてもさらに研究を重ねていきたいと考えている。現在は、高校数学における協働学習に適した授業として、①複数のアプローチを比較検討し、課題の解決に向かう授業 ②規則性や対称性を見だし、考察する授業 ③間違っただけの解答を根拠に基づいて正しい解答に書き直す授業について構想を進めている。

令和4年度の新学習指導要領実施に向け、今後も協働学習について実践分析し、生徒が深い学びを実感できる授業を検討していく。

6. 引用文献

- ・飯窪真也・齋藤萌木・白水始(2017) 知識構成型ジグソー法による数学授業 (東京大学 CoREF)
- ・安永悟(2012) 活動性を高める授業づくり—協同学習のすすめ(医学書院)
- ・ジョンソン,D.W.・ジョンソン,R.T.・ホルベック,E.J.(訳)石田裕久・梅原巳代子(2010) 学習の輪—アメリカの協同学習入門(二瓶社)
- ・香取一昭・大川恒(2009)「ワールド・カフェをやろう!」(日本経済新聞出版社)
- ・堀裕嗣(2012) 教室ファシリテーション 10のアイテム100のステップ(授業への参加意欲が劇的に高まる110のメソッド)(学事出版)

- ・改訂版 高等学校 数学Ⅲ(数研出版)
- ・望月宏紀(2020) 高等学校数学科における複眼的に思考する力を育む授業実践とその分析—数学A「場合の数」最短経路問題から—(令和元年度山梨大学教職大学院教育実践研究報告書)
- ・望月宏紀 成田雅博(2021) 高等学校数学科における知識構成型ジグソー法およびワールドカフェを適用した協働学習の実践と評価 (令和2年度山梨大学教育学部附属教育実践総合センター研究紀要)
- ・高等学校学習指導要領(平成30年告示)解説 数学編理数編
- ・高等学校学習指導要領(平成30年告示)解説 総合的な探究の時間編