

日常の場面で関数を活用する授業実践 ーテクノロジーを用いてー

M19EP031

中井 敬吾

第1章 問題の所在と研究の目的

筆者は、教育実習で1次関数の利用を指導した。そこで、関数が日常や社会に生かされていると感じる生徒が少ない実態を目の当たりにした。清水(2006)も「数学の授業では、1次関数そのものを学習することが中心となり、数学が日常の事象とつながりを持っていることを生徒たちに実感させることが難しい」と述べており、関数指導の困難性は従来から言われてきている。本研究では、これまでの関数の学習で学んだことを、日常で使う場面を設定し、関数を活用していく力を養う指導について検討していきたい。場面設定と解決過程を意識した授業によって、数学の有用性を感じさせたいと考える。

また、清水(2007)は、関数の指導の方針として、次の4点を念頭においていると述べている。「第1に、関数について学んだら、生徒がそれを使って問題解決する場面を設定すること。第2に、できるだけ日常生活の場面を設定し、生のデータを使うこと。第3に、数学を使って仕組みを探ったり予測したりする課題の開発。第4に、数値が複雑になるので、テクノロジー(グラフ電卓)を積極的に活用すること。」以上の4点は、関数指導においてどれも重要であると考えるが、特に第4においては、これまでテクノロジーを活用して授業を行った経験がないため、どのように授業に導入したらよいかわからないことが多い。本研究では、グラフ電卓を導入する有用性や困難性の所在について明らかにしていきたい。

以上より、本研究の目的は大きく2つある。

- ① 日常の場面で関数を活用する良さを実感できる教材を作成し、その解決の過程でグラフ電卓を用い、日常の場面で関数を活用し

ていく力を養うための指導を検討すること。

- ② グラフ電卓を導入する有用性や困難性について明らかにすること。

第2章 研究の方法

第1章の目的を達成するために、次の方法で研究を進めていく。

- ① どのようにしたら日常の場面で関数を活用する良さを実感できるか、関数やグラフ電卓の活用について書かれている文献を中心に示唆を得る。
- ② ①の示唆をもとに教材研究し、検証授業を行う。そして、授業の分析・考察をし、日常の場面で関数を活用していく力を養うための指導を検討する。
- ③ 検証授業の中で用いたグラフ電卓の使用に関するアンケートを授業後に生徒に行い、グラフ電卓に対する生徒の認識を明らかにする。それをもとに、グラフ電卓を授業に導入する有用性や困難性を明らかにする。

第3章 検証授業を行うにあたって

検証授業を行うにあたって、先行研究の考察及び教材研究、そして、対象校で授業実践を行ってきた。その内容を以下にまとめる。

第1節 先行研究の考察

3.1.1 関数指導

松原(1990)は、「関数思想を養成することを目ざすからには、数学的に考えることの根幹に関数に類する見方、すなわち写像の見方があるといっている」と述べ、それは「関数の効用」に帰着すると考えられている。この「関数の効用」について、松原は次のように述べている。

「『集合Xで発生している問題を解決するのに集合Yの性質を使う。そのためにXをYに変換する』このように考えると数学のほとんどのことがこの手法によって解決されているといっても過言ではない。集合Xとしてとらえた問題を上手に解決するために適切な集合Yを見つけて、XとYとの間に関数を設定する。すなわちXをYに変換してYの性質を使ってX上の問題を解くのである。」

このことから、集合Xとして捉えた問題を上手に解決するために適切な集合Yを見つけて、XとYとの間に関数を設定できる日常の場面設定を考えることで、関数を活用する良さを実感させることができるのではないかと考える。

藤原(2010)は、「1次関数とみなす活動」の指導について、次の留意点を得たとして3点挙げているが、ここでは2点目を見ていく。

「みなすことの是非についての言語活動を充実させること」

日常の場面では、一方の値を決めるともう一方の値もただ1つに決まる関係、つまり関数の関係になっていることはごくまれである。そのため、関数とみなすことは、日常の場面の問題を解決する上で重要な過程であると考ええる。しかし、1次関数の単元を学習しているときに活用の問題を取りあげると、全てのデータが一直線に並んでいなくても、「どうせこれも1次関数になる」というような先入観から、データの散らばり具合に着目せず、1次関数と決めつけてしまうことが考えられる。実際に、教科書に載っている問題は、全て1次関数とみなして解決できる問題になっているため、そこまで吟味しなくても解決できてしまう現状がある。生徒が1次関数とみなしてよいかと吟味する活動を重視することで、生徒自身が疑問に思った、データがきれいにそろっていない日常の場面において、関数とみなして良さそうか判断して問題を解決できるようになるのではないかと考える。

3.1.2 グラフ電卓活用の授業実践

大澤(1996)は、グラフ電卓を活用して、リレーのバトンパスの課題を解決させる授業を4時間の指導計画で行ったとしている。この研究では、「グラフ電卓を利用することにより、扱いの困難であった現実場面問題の教材化が、例えば関数的内容を中心に中学3年生に対しても可能である。」や、数学の有用性を体感させることができたなどの成果をあげている。この研究では、グラフ電卓に慣れる時間を3時間確保してから、バトンパスの課題を提示したとされており、グラフ電卓に慣れる時間を何時間か確保する必要があるという示唆を得られた。

清水(2007)は、グラフ電卓を活用して、一番売上金額の多いTシャツの値段を求める課題を解決させる授業を3時間の指導計画で行い、数学を日常の場面に使って考える楽しさを生徒に体感させている。この研究では、「グラフ電卓等のテクノロジーを活用することでより進んだ数学を学習することが発達段階にに応じてできることは実証できた。日常の場面に関数を活用する授業を設定するには、テクノロジーは必要不可欠であると考える。」と述べ、グラフ電卓の必要性をあげている。先の大澤と同様に、中学校第3学年を対象としているが、清水は2006年で、グラフ電卓を生徒に各自持たせ、ガス料金を求める課題を、中学第2学年を対象に行っている。この研究は、普段何気なく使っているガス料金の仕組みが1次関数であることを実感し、数学が使われていることを問題解決の中から見出させることに重きを置いている。しかし、研究のまとめで「本来比例や1次関数となっていないものを比例とみる、あるいは、1次関数とみることで問題解決できるような関数の単元での教材開発を行い、実践授業を行いたい」と述べている。これを踏まえ、本研究では、本来比例や1次関数となっていないものを1次関数とみることで解決できる課題を設定したいと考える。

また、清水(2007)は、グラフ電卓に慣れる時間の確保の記述はないが、「グラフ電卓を活用して問題解決をはかる3年間の関数指導の一環として本授業を位置付けている。」と述べており、中学校第1学年からグラフ電卓をいつでも取り出せるようにしている指導をしていると考えられる。

第2節 教材研究

まず、教材研究をする際に重視する点を明確にする。これまでの先行研究の考察を踏まえ、筆者は次の3つの点が、日常の場面で、関数を活用していく力を育成するために重要であると考えた。

- ① 求めたい数量があったときにそれと関係のある適切な数量を見つけ、関数を設定できる日常の場面の課題を設定すること。
- ② 本来1次関数となっていないものを1次関数とみなすことで解決できる課題を設定すること。
- ③ みなすことの是非についての言語活動を充実させること。

1次関数の単元でグラフ電卓を活用した課題として、「桜の開花日を予想しよう」はよく扱われており、この課題について教材研究を行うこととする。中学校第2学年の東京書籍の教科書に掲載されており、藤井(1999)、清水と新井(2006)も取りあげている課題である。この課題では、桜の開花日と3月の平均気温との関係を見ていくことが一般的になっている。3月の平均気温が高くなれば、開花日は早くなる傾向にあることから、開花日と、3月の平均気温との関係を1次関数とみなして開花日を予想することができる課題となっている。そのため、この課題は、②を満たす課題となっている。しかし、①に関しては、開花日を求めたいときにそれと関係のある数量として3月の平均気温しかあげられておらず、開花日

を求めたいときに、誰しもが最初から3月の平均気温に着目して予想するかは不明である。開花日が毎年違うことは、なぜなのか、何に開花日が影響されるか考えさせたい。そこで、開花日に関係のありそうな数量を考えさせる活動を取り入れる。しかし、データを集めさせる活動を取り入れると時間がかかってしまうので、平均気温以外に日照時間と降水量のデータも集めておき、3つのデータを提示したい。そこから開花日に関係のある数量を見つけさせ、開花日と3月のデータを1次関数とみなして予想できるようにし、①を満たす課題設定にする。また、開花日と関係があるか吟味が必要になるような降水量や日照時間を入れて考えさせ、議論できるようにし、③を満たすようにしたい。

第3節 授業実践

○対象校：山梨県内公立中学校

○対象生徒：第2学年生徒(56名)

○授業実践

- ・単元：1次関数
- ・指導計画(全20時間)

(1)1次関数

- | | |
|---------------|-------|
| 1. 1次関数 | (2時間) |
| 2. 1次関数の値の変化 | (1時間) |
| 3. 1次関数のグラフ | (4時間) |
| 4. 1次関数を求めること | (2時間) |
| 5. 基本の問題 | (1時間) |

(2)1次関数と方程式

- | | |
|----------------|-------|
| 1. 2元1次方程式のグラフ | (3時間) |
| 2. 連立方程式とグラフ | (1時間) |

(3)1次関数の利用

- | | |
|--------------------|-------|
| 1. 1次関数とみなすこと | (3時間) |
| <u>⇒検証授業(3時間目)</u> | |
| 2. 1次関数のグラフの利用 | (1時間) |
| 3. 1次関数と図形 | (1時間) |
| 4. 基本の問題 | (1時間) |

第4章 検証授業の実際

本授業は、前時にグラフ電卓に慣れる時間を15分確保した後に行った。

①日時 令和元年10月30日 1時間

②題材名 ソメイヨシノの開花日を求める方法を考えよう

③授業のねらい

- (i)関係のある2つの数量に着目して、関数を設定し、開花日を予想することができる。
- (ii)1次関数とみなすことの是非について考えることができる。
- (iii)開花日を予想し、実際と比べることで関数とみなすことのよさを感じることができる。

④授業の展開

経過	指導内容及び活動内容	予想される生徒の反応	指導上の留意点
導入	○問題の設定 - 桜の開花について。 - 桜の開花日は何に影響されるか問う。	- 気温(平均気温, 最高気温, 最低気温) - 天気 - 日照時間	- 来年は青森県弘前市で桜の花見をしたいと考えていて、飛行機の予約をするために開花日を予想したいことを伝える。 - 桜の写真を見せる。 - 弘前市みどりの協会のHPの過去の開花日のデータを見せ、桜の開花日は毎年違うことを確認する。
展開	○課題の把握 桜の開花日に関係のある数量を見つけて、開花日を予想する方法を考えよう。 ○表からどんなことがわかるか問う。 ○グラフ電卓にデータを打ち	- 平均気温が高いと、開花日は早い傾向にありそう。 - 平均気温が同じでも開花日が異なることがある。 - 降水量は開花日と関係なさそう。 - 日照時間が長いと、開花日は早い傾向にありそう。 - 開花日が同じでも平均気温, 降水量, 日照時間は異なっている。 - 平均気温: $a=-3.48$	- 気象庁のHPを見せる。 - ワークシート①を配る。 - もしあまり出なかったら、2006年と2007年, 2005年と2013年を比べさせる。 - 表だと関係が見えづらいことから、2つの数量を選び、グラフをかいて関係を見た方がよいのではないかというところにつなげる。 - グラフ電卓を配る。

	込んで近似曲線をひいて、ワークシートに書き写す。 ○機械だから直線が引けるけど、直線を引いても(1 次関数とみなしても)よいか問う。 ○今年の 3 月の平均気温から開花日を予想する。 ○実際の開花日が 4 月 19 日であったことを教え、来年予想するときはどうすればよいか問う。	$b=30.529$ - 降水量：$a=0.0753$ $b=15.689$ - 日照時間：$a=-0.1259$ $b=37.987$ ・平均気温と日照時間は直線を引いてもよいと思う。 ・降水量は直線を引いてはいけないと思う。 ・平均気温：4 月 19 日 ・降水量：4 月 22 日 ・日照時間：4 月 18 日 ・平均気温から開花日を予想する。 ・平均気温と日照時間の両方から開花日を予想する。	- 自分が選んだ数量でグラフをかき終わったら、他の数量でもやるように促す。 - 全てのグラフをスクリーンに映して比較させ、直線を引いてもよいか考えさせる。 1 次関数とみなしてよさそうな根拠として、点の散らばりを挙げる。 - 気象庁の HP から得た今年の 3 月の平均気温のデータを提示し、予想日を立てさせる。 - 弘前市みどりの協会の HP から得た今年の弘前市の開花日を提示する。
まとめ	○本時の復習をする。 ○学習感想を書く。		開花日と平均気温の関係を 1 次関数とみなすことで、開花日の予想ができたことを確認する。

表 1 授業で使ったデータ

3月データ					
年	平均気温(°C)	降水量(mm)	日照時間(h)	開花日	開花日(4月基準)
2005	1.0	150	49.4	4月28日	28
2006	2.0	69	72.9	4月30日	30
2007	2.0	78	102.5	4月24日	24
2008	4.4	18	149.9	4月16日	16
2009	2.4	77.5	138.5	4月17日	17
2010	1.4	105	116.8	4月27日	27
2011	0.7	89.5	133.7	4月26日	26
2012	1.1	121.5	96.4	4月27日	27
2013	1.4	90	120.3	4月28日	28
2014	1.9	149	130.3	4月23日	23
2015	3.9	92.5	142.3	4月15日	15
2016	3.8	52	168.2	4月16日	16
2017	2.2	82.5	141.1	4月18日	18
2018	4.1	92.5	159.9	4月20日	20

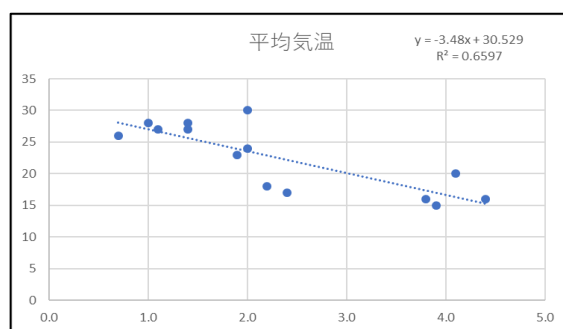


図 1 開花日と平均気温の関係を 1 次曲線で回帰したグラフ

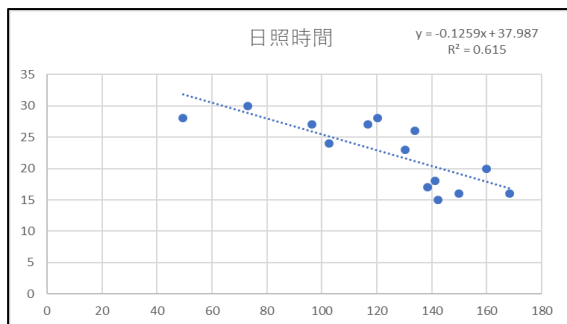


図2 開花日と日照時間の関係を1次曲線で回帰したグラフ

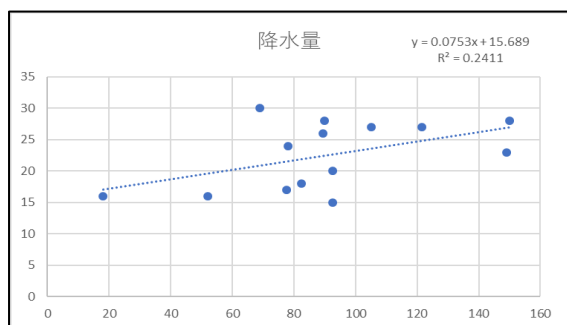


図3 開花日と降水量の関係を1次曲線で回帰したグラフ

第5章 検証授業の実際と分析・考察

第1節 検証授業の実際

検証授業をしてみて、大きく2つの反省点が浮かび上がった。実際の授業の記録(プロトコル)をもとに振り返りを行う。

1つ目は、グラフ電卓でグラフをかくことを誘導するような展開になってしまったことである。その場面のプロトコルを以下に示す。

T50: 表。けっこう難しかった？こういった開花日と関係のあるやつ見つけるとき、関係を見るとき、表と何かなかった？いろいろ。

S47: グラフ。

T51: グラフ。グラフとか。

S48: 式

T52: グラフとか式とか。勉強しているところで言うと、表とかグラフとか式でたぶん関係捉えてたのかなって思うんだけど。じゃあ今日使っちゃいますか？グラフ電卓。

S49: 使っちゃいましょう。(多くの生徒)

今回は、検証授業の前に15分間しか操作の練習ができなかったため、グラフ電卓で解決しようと思っても操作できないと考え、途中からグラフ電卓を使って解決させるような展開になってしまった。生徒が自力でグラフに表し、解決させるために、グラフ電卓を授業が始まる前に生徒に持たせ、いつでも使えるような環境にしておくことがグラフ電卓を使って授業する上で大切であると考えた。

1次関数とみなすことについては、これまでグラフ電卓で1次関数の回帰しか行った経験がないため、「グラフ電卓を使う＝1次関数とみなす直線が引ける」というような感覚になってしまっていたことが考えられる。そのため、何も考えず直線を引いて1次関数とみなしていた可能性が高い。グラフ電卓に慣れる時間を十分に確保し、グラフ電卓では様々な回帰曲線が引けることを理解させ、点の散らばりによって回帰曲線を使い分けられるようにしておく必要があると考えた。

2つ目は、1次関数とみなすことの是非についてあまり考えさせることができなかったことである。その場面のプロトコルを以下に示す。

T64: 今これ線引いて直線、機械だから引けたと思うんだけど、これ本当に直線引いても大丈夫？機械だから直線引けたけど。っていうのをちょっと考えてもらいたくて。昨日、標高と気温やったと思うけど、そのとき点はもうどうだった？覚えてる？

S55: (手振りで表す生徒)

T65: そう。ほぼ一直線上だったと思うんだけど、これどう？みんな。どうですか？次のワークシート②のところの名前書いていないところを書いてもらいたいのだけど、直線ってことは。今まで習ってきた何てことだっけ？

S56: 1次関数。

T66: うん。1次関数。3つとも1次関数とみなしていいのか？(板書する)果たして3

つとも 1 次関数とみなしていいのか？機械だから直線引けたけど。ワークシート②のところに書いてください。時間ないですけど。3 つとも 1 次関数とみなしてよいのか。

S57 : (ポカンとしている)

このやり取りをしたのは授業終了5分前である。ここに時間をかけ、みなすことの是非について考えさせたかったが、時間をかけて考えさせることができなかった。また、直線と各点のずれをすぐに言う生徒もおらず、前時の授業の山小屋の気温を予測するところで、点がほぼ一直線上になっているから1次関数とみなせるという根拠の部分の理解も甘かったことがわかった。

第2節 検証授業の分析・考察

関数の有用性を実感できたと読み取れる学習感想を以下に示し、分析を行う。

○学習感想
<わかったこと> 桜の開花日は平均気温で予想することができた。 かたあさの数で何日はやくなるなどかわかった。
<授業の感想> むずかしかったけどわかったのしかた。 1次関数で開花日がわかってしまってるがいた

図 4 生徒 A の学習感想

図4の学習感想からは、桜の開花日を予想し、実際の開花日と比べることのたのしさを味わったことと、1次関数の有用性を実感することができたことが読み取れる。

○学習感想
<わかったこと> 1次関数の計算で自然の中にあることを求められることがわかった。
<授業の感想> 自分がさきとんと思ったことを1次関数の計算で といてみたいと思った。

図 5 生徒 B の学習感想

図5の学習感想からは、他の日常の場面でも1次関数を活用していきたいと感じており、関数の有用性を実感することができたことが読

み取れる。

○学習感想
<わかったこと> 雨がふるとおこくなって、気温と日照時間が 高いと早く開花するとか分かりてしまった。
<授業の感想> 式を求めたりするのはとても難しかったけれど深 しかった。来年の開花日も知りたい。

図 6 生徒 C の学習感想

図6の学習感想からは、来年の開花日を予想したいという意欲が湧いていることが読み取れる。また、3つの数量は、桜の開花日と関係のある数量であると捉え、およその開花日を、それぞれの数量との関係を見ていくことで予想できると考えていることが読み取れる。

○学習感想
<わかったこと> Xを平均気温 Yを開花日に求めると、実際の開花日 と求めることが出来る
<授業の感想> グラフを書いてXを平均気温 Yを開花日にすると、実際の開花日と求めること が出来たといふことがわかった。桜の開花日を求めるとYは、気温が関係してくるとい うことを知ることができた。

図 7 生徒 D の学習感想

図7の学習感想からは、平均気温と開花日の関係に着目した開花日の予想と、実際の開花日が一致したことに心を動かされたことが読み取れる。また、開花日を求めるために、3つの数量の中で、どの数量と開花日の関係を1次関数とみなすと信頼度が高い予想ができるか、吟味していることが読み取れる。

上記以外にも、1次関数とみなせば、開花日を求められることがわかったという記述が見られ、1次関数の有用性を実感していることが読み取れた。しかし、なぜ、1次関数とみなしてよいか考えていることが読み取れる記述は見られなかった。2つの数量の関係を1次関数とみなせることは大切であるが、1次関数以外の関係でみなした方が良い場面は日常には多く存在する。このことから、根拠をもって関数を活用できるように、グラフと各点のずれについて考える活動の必要性が示唆される。

第6章 グラフ電卓の使用に関する考察

検証授業終了後に27名の生徒を対象に、グラフ電卓に関するアンケートをとった。

表2 グラフ電卓に関するアンケート(n=27)

質問	非常にそう思う	そう思う	そう思わない	全く思わない					
グラフ電卓を使いこなす自信はありますか？	6	8	8	5					
グラフ電卓は数学の授業において役立ったと感じますか？	16	6	5	0					
グラフ電卓を数学の授業でまた使いたいですか？	16	2	6	3					
グラフ電卓を使いこなせるようになるにはあとどれくらいの時間が必要だと感じますか？									
時間(分)	人数	時間(分)	人数	時間(分)	人数	時間(分)	人数		
0	1	15	1	40	1	120	1	1440	1
3	1	20	2	60	3	250	1	?	3
10	4	30	6	81	1	300	1		

※質問に対しての理由も記述させている。

以下は、グラフ電卓を導入した授業の有用性と困難性を、アンケートの結果と実際に授業をして感じたことを踏まえてまとめる。

○有用性

- ・関数であるかどうか不明な事象を調べるには効果的である。
- グラフ電卓が数学の授業で役立ったと感じた生徒は80%おり、「本来は1次関数になっていないものをそれとみなして線形で回帰し、問題を解決することにつながるができる」という点での良さを実感できていた記述が多くあった。
- ・一度慣れると、学年が上がったときにも使える。
- 今回は1次関数しか習っていない中で使ったので、直線を引くことしか知らなかったが、学年が上がると、関数での回帰の幅が広がり、どの関数で回帰するとよいかの吟味ができるようになる。
- ・グラフをかく手間を省くことができる。
- グラフをかくことが目的ではなくなり、表示されたグラフをどう解決に役立てるかという数学的な思考に焦点を当てることができる。

○困難性

- ・グラフ電卓に慣れる時間の確保が必要不可欠である。

→アンケート結果から、最低でも1時間の授業は見積もる必要があると考えられ、日々の授業の中でその時間を確保することは難しい。

- ・グラフが形として残らない。
- かき残す必要があり、結果的に時間がかかってしまう。
- ・x軸とy軸が何を表しているか表示されていない。
- 何がxで何がyなのか意識しづらい。

第7章 まとめと今後の課題

本研究の検証授業の教材は、関数の有用性を実感させる上で有効であるという示唆を得られた。しかし、1次関数とみなすことの是非について議論を深められなかった課題が大きく残った授業実践になってしまった。今後も、日常の場面で関数を活用していく力を養うための指導を検討し続けていきたい。また、グラフ電卓やタブレットを比較し、それらを効果的に活用した授業を構想していきたい。

<引用文献>

- ・藤原大樹(2010)『1次関数を学ぶ意義と「みなす活動」についての一考察』横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校個別研究【数学科】
- ・松原元一(1990)『数学的見方考え方』国土社
- ・清水宏幸(2006)『日常の場面で1次関数を活用させる指導ーガス料金について考えさせる指導ー』日本数学教育学会
- ・清水宏幸(2007)『日常の場面で関数を活用させる指導ー売上金額の一番多いTシャツの値段を設定しようー』日本数学教育学会
- ・清水宏幸, 新井仁(2006)『グラフ電卓ワークショップーグラフ電卓を活用して問題解決ー』日本数学教育学会
- ・杉山吉茂代表, 藤井ほか(1999)『高度情報社会に対応する数学教育カリキュラムの開発に関する総合研究』平成8～10年度文部省科学研究費補助金・基盤研究(A)研究成果報告書