

数学教育における根拠を意識させる授業の研究

—深い学びの実現に向けて—

教育学研究科 教育実践創成専攻 教科領域実践開発コース 中等教科教育分野 植原孝仁

1. 研究の背景

現在、高大接続改革により、多面的・総合的に評価する大学入試への転換が図られている。数学においても、思考力・判断力・表現力をはかる問題が積極的に取り入れられている状況であり、もはや、例題を見て類題を解くスタイルのような、解法や手順の暗記の繰り返しでは対応できなくなってきた。全国学力・学習状況調査等の結果から、中学校では「数学的な表現を用いた理由の説明」に課題が見られ、高校では「事象を式で数学的に表現したり論理的に説明したりすること」が課題として指摘されている（文部科学省, 2016a）。現在の急速な情報化やグローバル化といった社会における変化の中で、問題を解決していく力の育成がますます重要となる。ここで、問題を解決する際、鍵となるのが見通しや根拠であるので、見通しや根拠を意識させることは教育の中で重要となる。特に高校の数学では、理由を述べたり、論理的に説明したりすることが求められ、そのためには、深く理解することが必要である。そこで、「主体的・対話的で深い学び」の中で「深い学び」の実現に焦点を当てて研究しようと考えた。「深い学び」については、「主体的・対話的で深い学びの実現に向けた授業改善」の中で「生徒が各教科・科目等の特質に応じた見方・考え方を働かせながら、知識を相互に関連付けてより深く理解したり、情報を精査して考えを形成したり、問題を見いだして解決策を考えたり、思いや考えを基に創造したりすることに向かう過程を重視した学習の充実を図ること。」（文部科学省, 2018）とある通り、問題を解決する上で、数学的な見方・考え方を働かせ、根拠を明確にしながら解

決の構想を立てることが深い学びの実現につながり、その過程が重要となる。しかし、問題解決の構想（思考の過程）は頭の中で行うことなので、通常の授業では分かりづらいと考えられる。授業の中で問題解決の構想を記述したり、説明する場面を設けたりすることを効果的に行う方法を考案し、実践しながら検証したい。

2. 「深い学び」について

アクティブ・ラーニングについての解釈は次のような変化をたどっている。平成27年8月の教育課程企画特別部会「論点整理」（文部科学省, 2015）では、「課題の発見・解決に向けた主体的・協働的な学び」とされているが、平成28年8月の教育課程部会「審議まとめ」（文部科学省, 2016a）では、「主体的・対話的で深い学び」の実現となっている。「協働的」が「対話的」という言葉に変わり、「深い学び」が新たに加わった。このことは、「「アクティブ・ラーニング」の視点については、深まりを欠くと表面的な活動に陥ってしまうといった失敗事例も報告されており、「深い学び」の視点は極めて重要である」（文部科学省, 2016b）というように、方法に終始するあまり形ばかりのアクティブ・ラーニングが横行し、児童生徒の学力向上に結びつかない状況があったと推察する。「深い学び」が実現してこそそのアクティブ・ラーニングであり、「深い学び」が鍵を握っていると言えそうである。

では、「深い学び」とは何であろうか。今後の授業改善等においては、各教科等の特質に応じた「見方・考え方」が極めて重要になってくるとし、算数、数学の項目の「深い学び」の

視点の中で、「数学的な見方・考え方」を働かせ、数学的活動を通して、新しい概念を形成したり、より良い方法を見出したりするなど、新たな知識・技能を身につけてそれらを統合し、思考、態度が変容する「深い学び」を実現することが求められるとしている（文部科学省、2016b）。つまり「深い学び」とは、思考が変容する状態まで「見方・考え方」を働かせることであると言える。

3. 「深い学び」をどう見取るか

生徒の思考が変容する状態を教師はどのように見取れば「深い学び」を実現できたと評価できるのであろうか。一楽（2004）は、「問題に解答を与えることができるにもかかわらず、実際にはその数学の内容をほとんど理解していない」という場合が多くみられ、数学を学ぶことが「考えること」につながっていない生徒も多い。」と指摘している。私も高校の現場で数学を指導していて同じように感じることが多く、例題を理解せず、やり方を真似て類題を解くだけで済ませてしまう生徒が少なからずいて、考え方や根拠を意識せずにやり方を考える学習になってしまっている現状があると考える。問題に正しく解答することができたかどうかの判断だけでは、「深い学び」を実現できたとは言い切れない。

市川（2000）は、概念、図式、手続きなどについて言語的に記述することは、理解の診断や深化に役立つとしている。さらに、「認知カウンセラーが学習者の理解状態を診断するのに役立つということもあるが、学習者自身の自己診断においても有効である」というように言語的記述を通して、教師も生徒も理解状態の明確化がはかれることになる。また、市川（2015）は、理解の深まった状態とは、「自分の言葉で説明できる」、「質問に答えられる」、「類似問題に応用できる」の3つだとしている。自分の言葉で説明できなければ、理解しているとは言えないので、「自分の言葉で説明できる」かどうかが理解深化の尺度になると考えて良さそうである。よって、「深い学び」＝

「自分の言葉で説明できる」と解釈したい。説明について、全体で発表させての言語活動も大切だと思うが、教師側ができるだけ多くの生徒の思考の過程を見取ることも必要であると考え、「自分の言葉で説明する」ことを言語的に記述させる方法で考えたい。

4. 解答を説明する要素について

説明することに慣れていない生徒にとっては、「説明を言語的に記述してください」だけでは、ハードルが高いと思われる。そこで、説明する要素を教師が提示する工夫が必要であると考える。解答を説明する際に、「根拠」が最も大切であり、「根拠」が示されていれば、相手を納得させることができる。では、「根拠」以外で説明に必要な要素はどのようなものと考えられるのか。

黒崎・高橋（2010）は、「説得力のある説明力の要素は、「根拠」「論理」「行為・視覚」であると考える。」とし、「根拠」の他、「論理」、「行為・視覚的な図」を重要視している。鈴木（2011）は、「説明し伝え合う活動を ①事実・手続き、②根拠、③着想 の3つ柱をもとに考えることを提案したい」とし、「着想を説明し伝え合う活動を充実することができれば、子どもたちの理解は容易となり、深まり、広げられる。」としている。「着想」は「数学的な見方・考え方」と言い換えることができ、さらに具体的に言えば、「こうすればこうなりそうだ」という見通しや「なぜそのように思いついたのか」という発想に近いものであろう。それは、「既習事項を振り返る中で使えそうなものはないか」、「以前に考えた考え方で似ているものはないか」などの思考の中から生まれるものであり、意識することで少しづつ身につく力でもあると考える。「着想」は、なんとなく思いつくことやセンス、才能だと思っている生徒も多いと思われる中、考え方伝え合う活動の中で重要な要素であると位置づけたいが、説明しづらい要素であるとも考えられ、場合によっては根拠と区別が難しい場面もあるので、無理のない範囲で記述させたいことから、

「根拠・着想」とまとめたい。黒崎・高橋(2010)の「論理」も「着想」近いものであると受け取れ、「行為」は「手続き」、「視覚的な図」は图形領域で状況に応じて必要な要素ととらえられる。また、鈴木(2011)の「事実」は問題設定からわかることであるので「手続き」とし、その根拠は「問題文から」とする方が生徒に説明する上で分かりやすいと考え、説明する要素は、「手続き」「根拠・着想」の2つに集約する。

5. 「根拠」を意識させる授業に向けて

第3節で「例題を理解せず、(中略)やり方を覚える学習になってしまっている現状がある」と指摘したが、一般的に多く用いられる授業のスタイルは、着想や根拠を説明しながら、根拠を添えて手続きを板書するものである。このような授業では、生徒は手続きに気を取られてしまい、着想や根拠をあまり意識しないことが多くなりがちである。そこで、ワークシートを用いて「着想」や「根拠」を意識させる授業を提案したい。ワークシートは「手続き」を予め示しておいて「着想・根拠」を「手続き」の右側に記述させるものとする。授業の展開は、

- ① 自力解決として、定理や公式、性質、例題等をワークシートの「手続き」を見ながら、説明に必要な要素として「根拠・着想」を記入させる。
- ② 疑問に対して、生徒同士が自分の考えを説明しあい、対話的に学ぶ時間も設ける。
- ③ 生徒を指名して「根拠・着想」を発言させ、全体で共有する。
- ④ 適用問題・類題は、「根拠・着想」を意識しながら自分の力で取り組む。

を基本とするが、プロジェクトやタブレット端末などのICTを活用し、デジタル教科書やグラフ作成ツール等のソフトを利用するなど工夫して授業を進める。このような活動の積み重ねにより、着想や根拠を普段から意識できるようになるのではないかと考える。特に、根拠を意識させることで、丸暗記ではなく意

味理解を伴う暗記につながり、学習内容の定着が期待される。

6. 研究の方法と実践内容

第5節で示した授業方法を主に実践する。授業は自ら思考する時間の他、対話的に学ぶ時間も設けたり、授業の最後に、本時の目標を達成できたかの振り返りをOPP(One Page Portfolio)シートによって行ったりする。振り返りでメタ認知を促し、生徒同士が自分の思考の過程を自分の言葉で説明しあうことで「深い学び」につながる思われる。回収したワークシートやOPPシートにはできるだけコメントを付し返却する。特に、間違える過程や混乱に陥る過程を抽出し生徒にフィードバックする。このような授業を通して、「根拠」を意識することについてなどの学習に対する考え方方がどのように変容したかを事前事後テストやアンケート等で検証する。授業実践により「根拠を意識できる」だけでなく、「思考力が身につく」かも調査したい。また、このように、生徒が考えることに重点を置くと授業時間の多くが費やされてしまうので、その解決に向けて、類題等の教師側の説明を簡素化したりプロジェクトでデジタル教科書を投影して板書の時間を減らしたりする努力をした。

上記の考えをもとに、次の手順i)～vi)で2020年に山梨県内の県立高校普通科2年生を対象に、実践した。

- i)事前小テスト(7月21日)
- ii)ワークシートを用いた授業実践
(7月30日～9月17日(全11回))
- iii)OPPシートによる振り返り
- iv)研究授業(9月17日)
- v)事後小テスト(9月18日)
- vi)アンケート調査(9月18日)

i)事前小テスト

小テストを授業実践の前後に、主に思考力に違いが顕れるかを比較するために実施した。また、実践を行わなかったクラスでも同様に実施した。事前小テストの問題は1年次に履

修業である数学 I・A の内容から難しくない程度で思考力を問う問題設定にし、時間は 20 分とした。

4. 次の命題の真偽を答え、偽のときは反例をあげよ。ただし、
 a, b, x, y は実数、 n, m は自然数とする。(4点×10)

- (1) n は 9 の倍数 $\Rightarrow n$ は 3 の倍数
- (2) $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = -2$
- (3) m が 9 の正の約数ならば、 m は 18 の正の約数である。

図 1 事前小テストの一部

ii) ワークシートを用いた授業実践

第 5 節で示した授業方法を実践した。主にベクトルの単元でデジタル教科書を用いて説明を簡素化するなどし、生徒が考えたりワークシートに記述したりする時間を大切にした。

1. 四面体 OABCにおいて、辺 OA の中点を M、辺 BC を 1:2 に内分する点を Q、線分 MQ の中点を R とし、直線 OR と平面 ABC の交点を P とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とするとき、 \overrightarrow{OP} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。(練習16)

手続 **根拠、着想**

$\overrightarrow{OP} = k\overrightarrow{OR}$ (k は実数) とおける。

$\overrightarrow{OP} = k\overrightarrow{OR} = k\left(\frac{\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OQ}}{2}\right)$ P は直線 OP 上にあるから
 $= \frac{1}{2}k\overrightarrow{OM} + \frac{1}{2}k\overrightarrow{OQ} \quad \text{……①}$ 展開

$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} = \frac{1}{2}\vec{a}$, M は直線 OA 上にある。
 $\overrightarrow{OQ} = \frac{2\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}}{1+2} = \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$ Q は直線 BC 上に 1:2 で内分する。

$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}k\left(\frac{1}{2}\vec{a}\right) + \frac{1}{2}k\left(\frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}\right)$ \overrightarrow{OM} と \overrightarrow{OQ} は(1)で(1) = \vec{a} となる。
 $= \frac{1}{4}k\vec{a} + \frac{1}{3}k\vec{b} + \frac{1}{6}k\vec{c} \quad \text{……②}$ 展開

また $\overrightarrow{CP} = s\overrightarrow{CA} + t\overrightarrow{CB}$ (s, t は実数) とおける。 P が平面 ABC 上にあるから

$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{OC} + s\overrightarrow{CA} + t\overrightarrow{CB}$ $OP = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
 $= \vec{c} + s(\vec{a} - \vec{c}) + t(\vec{b} - \vec{c})$
 $= s\vec{a} + t\vec{b} + (1-s-t)\vec{c} \quad \text{……③}$ 展開

$\frac{1}{4}k = s, \frac{1}{3}k = t, \frac{1}{6}k = 1-s-t$ 幸運にして解く(次回立)
 これを解くと、 $k = \frac{4}{3}$ であるから $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{4}{9}\vec{b} + \frac{2}{9}\vec{c}$

図 2 ワークシートの一部

iii) OPP シートによる振り返り

授業ごとに、本時の目標を達成できたかの振り返りを OPP シートによって行い、自分の理解度を言語化することによりメタ認知を促した。OPP シートは授業後回収し、アドバイスなどのコメントを記入して次時に返却した。

数学 OPP シート

()組 ()番 氏名()

受講前

【数学を取り組む上で、思考の過程や根拠、着想を大切にすることについて思うこと】

- ・
- ・
- ・
- ・
- ・

受講後

【思考の過程や根拠、着想を大切にする授業を受けてみて思うこと】

- ・
- ・
- ・
- ・
- ・

受講前・中・後を振り返り、何がどのように変わりましたか。そのことについて、あなたはどう思っていますか。考えたこと、感じたこと、感想など、何でも構いませんから自由に書いてください。

根拠を弄るよりは、自分でよく見て、自分でよく覚えていくのがいい。

直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。

直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。

直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。

直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。

図 3 OPP シート(表)

学習履歴				
回	日	今日の授業で、理解できることや重要なと思ったこと。	疑問点や悩み	その他
1	7 30	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。	$\overrightarrow{OP} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ がなぜ $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{4}{9}\vec{b} + \frac{2}{9}\vec{c}$ になるのか?	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。
2	8 20	($\vec{a} - \vec{c}$)と($\vec{b} - \vec{c}$)と($\vec{a} - \vec{b}$)の内積を計算する。 $(\vec{a} - \vec{c}) \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = (\vec{a} - \vec{c}) \cdot (\vec{b} - \vec{c})^T$	$\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{c}) = (\vec{a} - \vec{c}) \cdot \vec{a}$	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。
3	8 27	$\overrightarrow{OP} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。
4	9 1	$\overrightarrow{OP} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。
5	9 3	$\overrightarrow{OP} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。
6	9 10	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。
7	9 11	$\overrightarrow{OP} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。
8	9 14	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。
9	9 15	$\overrightarrow{OP} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。
10	9 16	$\overrightarrow{OP} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。
11	9 17	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。	直感で解けるよりも、自分で計算して確認する方がいい。

図 4 OPP シート(裏)

iv) 研究授業

研究授業では、三角関数の単元の中で、深い学びにつながる教材として、教科書で扱われていない余弦への合成を、加法定理の利用とベクトルの内積の利用の 2 つの方法で扱った。

授業後の OPP シートの記述を見ると、教科書で扱われていないやや難易度の高い考え方・解法に対して興味・関心を持って取り組めている肯定的な記述が見られた。以下、OPP シートの生徒からの反応を抜粋する。

- ・ベクトルを用いて三角関数の合成ができるとは。数学の深さを改めて感じた。
- ・ベクトルを使っても求めることができるのは驚きました。ちょっと難しいです。
- ・ベクトルを使ってするのがやったことがなくて大変だった。いろんなやり方ができるよう頑張りたい。
- ・忘れていたベクトルの知識が戻ってきた。
- ・ベクトルが出てきて、いろいろな考え方を知れてよかったです。
- ・難しいと思ったのでもう一度、問題集などでやり直そうと思った。
- ・ベクトルでも解けることがわかったが自力だと解けない。
- ・ベクトルの内積を使っても最大・最小値を求められる。内積を用いる方法と合成を用いる方法のどっちでもできるようになりたい。
- ・ $\vec{b} = (\cos\theta, \sin\theta)$ はどうとればいいのですか？
- ・今までしたことのある問題の別の方法を知れてよかったです。

【問題】ベクトルの考え方を利用して、余弦(cos)に合成してみよう！	
ベクトルで余弦(cos)といったら？	
\vec{a} と \vec{b} のなす角を θ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) とすると $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta$	成分では $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$
例題(2) 手続説	
$\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta$	$= -1 \cdot \cos \theta + \sqrt{3} \cdot \sin \theta \quad \dots \text{①}$
$\vec{a} = (-1, \sqrt{3})$	$\vec{b} = (\cos \theta, \sin \theta)$ とおくと
$\vec{a} = \vec{a} \cdot \vec{b}$ と表せろ。	$\vec{a} \cdot \vec{b} = -1 \cdot \cos \theta + \sqrt{3} \cdot \sin \theta$
\vec{a} と \vec{b} のなす角を α とすると	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \alpha$
$\vec{a} = \vec{a} \vec{b} \cos \alpha$	ベクトルの大きさの公式
$ \vec{a} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$	大きさの公式、三角関数の相互関係
$ \vec{b} = \sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = 1$	
$\alpha = \theta - \frac{2}{3}\pi$ より	→ 図を書いて考えてみよう
$\vec{a} = 2 \cdot 1 \cdot \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) = 2\cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right)$	

図 5 研究授業のワークシートの一部

v)事後小テスト

図 6 のような思考力を問う問題をテストした。事前小テストと同じく数学 I・A の内容で作問したかったが、定期試験が近かつたこと

に配慮し試験範囲の内容とした。時間は事前テストと同様の 20 分とした。

4. 次の命題の真偽を答え、偽のときは反例をあげよ。(9点×4)	
(1) $\sin x \cos x > 0$ ならば x は第1象限の角である。	真偽 反例理由等
(2) $y = \sin px$ (p は正の定数) の周期が 4π ならば $p=2$ である。	真偽 反例理由等
(3) $0 \leq \theta < \pi$ とする。 $\sin \theta$ の値が整数 ならば $\theta = \frac{\pi}{2}$ である	真偽 反例理由等
(4) $0 \leq x < 2\pi$ とする。 $\sin x \cos x = 0$ ならば $x=0$ もしくは $x=\pi$ である。	真偽 反例理由等

図 6 事後小テストの一部

vi)アンケート調査 (9月 18 日)

「根拠を意識するようになったか」などを問う質問紙を用意し調査した。

7. 結果と分析

(1) 事前事後小テストの結果

理解度に応じて 100 点満点で点数化した後、クラスごとの平均点を求めた。事前小テストの結果は、実践クラスが 41.0 点に対し比較クラスが 43.1 点であった。事後小テストの結果は、実践クラスが 30.0 点に対し比較クラスが 35.8 点であった。これらから、今回の 11 回の授業実践で「思考力がついた」と判断できる材料はなかった。この結果について、「理由を問う部分の正答率が低く、平均点が低い中、真偽 2 択の正否が全体の結果に大きく影響を与えたこと」、「多くの生徒が真偽を問う問題に不慣れで、問題の意図を見抜く状況には至らなかつたこと」の 2 つの理由が考えられる。

(2) アンケート結果

表 1 の通り、受講した全生徒が着想や根拠を意識するようになったと感じており、ワークシートや OPP シートについても、役に立つたと感じている生徒が多い結果となった。また、デジタル教科書を利用しての授業は、ベクトルや図形等で有効であるが、見づらいなどの欠点もあり全体的には不評であった。今後、活用するにしても、プロジェクタだけに頼る

表 1 アンケート結果

Q1 数学の問題を考えるに当たり、着想や根拠を意識するようになったか。

(ア)非常に当てはまる 17.4% (イ)やや当てはまる 82.6% (ウ)当てはまらない 0%

Q2 根拠を意識したワークシートは学習に役に立ったか。

(ア)根拠を考えるのに役に立ったし、学習にも役に立った。73.9%

(イ)根拠を考えるのに役に立ったが、学習には役に立たなかつた。21.7%

(ウ)根拠を考えるのには役に立たなかつたが、学習には役に立つた。4.3%

(エ)役に立たなかつた。0%

Q3 OPP シートは振り返りに役に立ったか。

(ア)振り返りに役に立つたし、学習にも役に立つた。47.8%

(イ)振り返りには役に立つたが、学習には役に立たなかつた。39.1%

(ウ)振り返りには役に立たなかつたが、学習には役に立つた。0%

(エ)役に立たなかつた。13.0%

Q4 デジタル教科書(プロジェクト)を使った授業について

(ア)良かった点 (黒板を消さずに済んだ、時間の短縮、イメージしやすい、見やすかった、図とかを指などをさしながらできるのでわかりやすい、授業の進行がスムーズになった、グラフなどが正確で動いたりするのでわかりやすい、グラフの変化の仕方などが分かりやすかった、図・表・グラフが見やすい)

(イ)悪かった点 (少し見づらい、ワークシートやノートをまとめづらかった、少し文字が見えにくい、文字が小さかった、字が小さいと見にくく、明るいときに見づらい)

(ウ)デジタル教科書の授業と板書の授業はどちらが良かったか記号を○してください。

i デジタル教科書 4.3% ii 板書 39.1% iii どちらでも良い 47.8% (無回答 8.7%)

Q5 この授業を受けて身についたと思う力について当てはまるものすべてに○をして下さい。

(ア)思考力 78.3% (イ)判断力 8.7% (ウ)表現力 30.4% (エ)主体性 17.4% (オ)対話力 0%

(カ)深く学ぶ力 52.2% (キ)その他 0% (ク)特になし 13.0%

Q6 その他、気づいたこと感想等を記入して下さい。

- ・共通テストでいろいろな解き方が必要になることがどんなに大変かわかった。特にベクトルを用いて三角関数を合成するところ。
- ・根拠や着想を書くことで内容を深く理解できると気付いた。
- ・毎回プリントが増えていくて管理しきれないで1枚分終わったら配るなどにしてほしい。
- ・今まで数学を深く根拠を考えることを授業中あまりしていなかったので良い機会になった。
- ・根拠など何となくわかっていてもそれを文字にすることは難しいのだと思った。
- ・その日学習したプリントを回収されてしまうと家庭での勉強が少ししづらかった。

のではなく板書と並行して使うなど工夫が必要である。身についた力については「思考力」が最も多く、次いで「深く学ぶ力」であった。実際に身についていれば本研究の意図通りであったことになるが、小テストの結果からはそう判断できなかつた。しかし、前向きな感想が多いことから、これから彼らの行動によって思考力等が身につくことを期待したい。

(3) OPP シートの記述

7月30日から9月17日の授業実践(全11回)の受講前に「数学に取り組む上で、思考の過程や根拠、着想を大切にすることについて思うこと」を、受講後に「思考の過程や根拠、着想を大切にする授業を受けてみて思うこと」

をそれぞれ記述させた。受講前と受講後の記述から変容を見ると主に、①解法の暗記から脱却できたのではないかと思える記述(表2)、②過程や根拠の大切さを再認識できたと思われる記述(表3)の2つに分類される。いずれの場合も、「根拠」や「着想」を意識できるようになったことが窺える。中には「楽しかった」と記述した生徒もいた。今まで過程を覚えるだけの勉強だった生徒にとって、「着想・根拠」を考える活動は、本来持っている数学の面白さを感じられる授業だったのではないかと、少なからず手ごたえを感じている。

8. 成果と課題

OPP シートの受講前の記述を見ると、根拠

表 2 解法の暗記から脱却できたのではないかと思える記述(上段：受講前、下段：受講後)

A	今まで根拠を意識しなかったので答案の流れを暗記したりすることもあった。
	根拠を考えた方が、理解が深まる。何でこの答えになるのかを考えるようになつた。ただ公式に当てはめて解くだけではなく、なぜこの公式になるかも考えられた。
B	あまり考えないで解いていた。途中経過を覚えようとしてしまう時もあった。
	理解しておけば、テスト中に分からなくなつても、考えて解くことができると思う。今までの授業とは違つた形式でしたが、楽しかったです。
C	大切だと思うけど答えだけを重視していた。
	思考の過程が分かることで、自分が今何をしているかが分かる。根拠を考えるようになったし、分かると嬉しかつた。プリントを通して理解できたり、友達と話し合える環境も良かった。
D	ただ提示された公式を覚えて、使えればそれで良いと思っていた。
	受講していくうちに「なぜそうなるのか」を考えるのが楽しいと思えるようになった。
E	根拠などは考えず公式なども「こういうものなんだ」「ここで使うものなんだ」くらいにしか思つていませんでした。
	受講中に根拠等を考えるようになり理解が深まつたような気がします。
F	例題に習つて作業みたいな感じで解いていた気がする。
	今回のことを通して過程がどうしてこうなるのかをいろいろ考えたりできるようになったと思う。
G	パターンで覚えていた。
	ちゃんと解き方がわかつた。ただ過程を覚える勉強でなくなって少し楽しかつた。

表 3 過程や根拠の大切さを再認識できたと思われる記述(上段：受講前、下段：受講後)

H	過程や根拠を考えることは大切だと思うので学びたい。
	過程や根拠を考えることの大切さがわかつた。過程や根拠がわかつていても、文字にして書き出すというのがとても難しいことを知つた。
I	難しい問題に出会つた時、解きやすくなる。
	しっかりと理解ができるで解き方を忘れにくくなる。応用の問題も解きやすくなる。
J	ただ公式を覚えるのではなく、順序づけて覚えられたりするために必要だと思う。
	公式をただ使うだけでなく、順序立てて考えることが大切だと思った。まだ数学がよくわかつてなくて得意ではないけど、じっくり理解できるようにしたい。
K	どうしてこの答えになるのかを理解すれば他の間にも応用できる。
	ただ解くのではなく、いろいろと考えられるようになった。
L	応用・発展問題を解くときに役立つと思う。解いたことのない問題のパターンを解くときにいいと思う。
	自分ですぐにあきらめずに考えるようになった。答え合わせのときも解答を見ながら考えるようになった。“自分で考える力”がついた気がする。
M	答えだけでなく、過程を大切にする。解までの道のりを予想してから解く。
	過程や根拠を意識するようになった。「覚える数学」ではなく、「考える数学」をしていきたいです。
N	ケアレスミスを減らすことができる。細かい過程を書かず減点されるという事がよくある。
	問題を解くことにおいて、筋道を立てて考えていくことの大切さが分かつた。なぜこうなるのだろうという疑問を解決するきっかけとなつた。数学は、解法を覚えるだけではなく、過程を細かく考えることで、自然と解けるようになったり、応用問題にも対応していくのだと思った。

の大切さは分かつていたものの普段の授業では意識できていたとは言えないようである。それは、部活動等との両立のため学習を手取り早く終えたかつたり、試験前にやるべきことが多すぎて試験範囲の学習を一通り終えるため暗記に走つてしまつたりと理由は人そ

れぞれであろう。そのような中、敢えて「手続き」を与えた上で、「着想・根拠」を記入させることを主とする授業は、生徒に考えざるを得ない状況を作つたため大変だったかもしれないが生徒にとっては新鮮だったのではないかと想像する。受講後の変容を見ると、アンケ

一トの結果の通り、着想や根拠を意識できるようになったと考えられる記述も多い。思考力が身についたと確認することはできなかつたが、継続して「根拠」を意識することで、なぜその計算が必要なのかなど、必要性と意義を考える力がつき、やがてそれは「思考力が身につく」という結果につながるきっかけづくりはできたのではないかと考えている。

今回の授業では「根拠」と「着想」は明確に区別しなかった。それは、「着想」と「根拠」の区別が難しい場合もあることの他、生徒に考えたことを気にせず記入させたいからであった。「なぜそのような考えに至るのか」という着想と「なぜそうなるのか」という根拠はどちらも大切であり、私たち現場の教師が生徒に伝える上で大切なことであると思う。今回は根拠の大切さを考えて根拠を主に考えたが研究を進めるに従って着想の重要さを強く感じるようになり、今後の研究で着想をじっくりと考える機会を作りたい。生徒が自力で解けなかった過去の入試問題の解答例を見たとき、論理の記述が省略されている解答に戸惑うことが多い。生徒の質問の多くは、「問題からどうしてこういう考えに至ったんですか」や「思いつかないからヒントをください」であり、生徒の悩みの多くは「着想」に関するものである。そのようなとき思考過程のステップができるだけ細かくして説明するようにしているが、思考過程には着想が大きく関わっている。着想を普段から意識しておくことが、これらの悩みの解消につながるかもしれない。

現代社会は急速に情報化やグローバル化が進展し、見通しをもって根拠を示しながら課題を解決していく力がますます重要となる。特に、論理的思考が重要となる高校の数学においては、「根拠」や「着想」が問われる場面が増え、現場では対応する力を育成する指導が求められるであろう。授業という限られた貴重な時間をどのように使うべきかという問い合わせに対して簡単に答えを出すことはできないが、私としては今回の研究を通して根拠を意識する重要性を再確認することができたこと

から、今後も続けていきたいと考える。今回の取り組みでは、「根拠」や「着想」を意識できるようになった生徒が多くなったと思うが、さらに「根拠」や「着想」を意識できるように、次なる仕掛けを考えていきたい。

【参考文献】

- 市川伸一(2000)「概念、図式、手続きの言語的記述を促す学習指導－認知カウンセリングの事例を通しての提案と考察－」『教育心理学研究』48巻3号 pp.361-371
市川伸一(2015)「『教えて考えさせる授業』の趣旨と動向」
(https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/053/siryo/_icsFiles/afieldfile/2015/05/25/1357975_07_02.pdf, アクセス日：2020年10月1日)
一楽重雄(2004)「これからの中数学観」長崎栄三・長尾篤志・吉田明史・一楽重雄・渡邊公夫・国宗進編著『授業研究に学ぶ高校新数学科の在り方』(pp.36-47)明治図書
黒崎東洋郎・高橋敏雄(2010)「言語活用能力を培う算数科授業実践研究の課題－説明し、伝え合う「算数的活動の充実」に関して－」『岡山大学算数・数学教育学会誌(パピルス)』第17号 pp.57-63
文部科学省(2015)教育課程企画特別部会「論点整理」
文部科学省(2016a)教育課程部会「次期学習指導要領等に向けたこれまでの審議のまとめ(第1部)」
文部科学省(2016b)中央教育審議会「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について(答申)」
文部科学省(2018)「高等学校学習指導要領(平成30年公示)」
鈴木明裕(2011)「算数・数学教育における説明し伝え合う活動についての研究－「事実・手続き」「根拠」「着想」の3つの柱をもとに－」『岐阜聖徳学園大学紀要. 教育学部編』50巻 pp.47-62