

# 数学的な思考力・表現力を育てるための授業改善

－第6学年「角柱と円柱の体積」の授業実践を中心に－

M13EP011

横山 淳一

## 1. はじめに

算数科において数学的な思考力・表現力を育てることが重視されている。しかし、これまでの経験から感じた児童の実態として、計算はできるが意味を説明できない、公式を忘れてしまうと課題解決ができない、答えを求めることができてもその過程を説明できない、などが挙げられる。

数学的な思考力・表現力意を育てるためには「根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する。」(文部科学省, 2008) が必要であるが、児童の実態からこれらの指導が適切に行われていないことは明らかである。

これまでの筆者の授業をふりかえると、説明が多く、公式や解き方を適応させることが中心であった。問題を解けるようにさせ、テストで点がとれることを重視してきたのである。また、問題解決型の授業であっても、子ども同士の考えを解釈させるよりも、教師が教えやすいものを中心に扱ってきた。こうした授業を続けている限り、子どもたちにとって算数は教えられたことを覚える教科であり、数学的な思考力・表現力を育てるためには筆者の授業を改善する必要があると考えた。

## 2. 研究の目的

本研究は、これまでの授業スタイルから数学的な思考力や表現力を育てるための授業改善を目的としている。具体的には以下の二点

である。

(1)授業観察を通して、自身の授業の課題を明らかにするとともに、思考力・表現力を育てるための授業改善の視点を獲得する。

(2)授業観察から得られた知見をもとに授業改善の手立てを考えて、実際に授業実践を行い、分析を通して実際の授業に見られる課題を明らかにする。

## 3. 研究の方法

### 3.1 実習校と実習方法

山梨県内の公立小学校において2013年5月～11月まで週1回、約200時間の実習を行った。第4・6学年の各2クラスずつの授業観察、TTとしての学習支援と第6学年では授業実践を行った。

### 3.2 授業観察の方法

授業観察は次の2つの視点で行った。

1 つ目は問題把握場面での教師の働きかけについてである。2 つ目は比較検討場面をどのように仕組んでいくかである。これらの視点で教師の発問や児童の発言をフィールドメモに記録していった。

### 3.3 授業実践の方法

授業観察で得られた授業改善の視点をもとに指導案を作成し、実習校で授業実践を行う。授業の様子はビデオ撮影し、そこから授業逐語録を起し、授業分析を行い、成果と課題を明らかにした。

また、そこで明らかになった課題を改善するための指導案を作成した。

#### 4. 授業観察から

数学的な思考力・表現力を育てるためには問題解決型の授業が基盤となってくる。その中で重要なのは問題把握の場面と比較検討の場面である。授業観察を通してそれらの場面での授業改善の視点を得ることができた。

##### 4.1 問題把握場面での授業改善の視点

###### (1) 実習校での授業観察

第6学年の「比例の活用」で、次のような授業がある。

教科書の問題は「画用紙300枚を、全部数えないで用意する方法を考えましょう。」で、課題は「比例の関係を使って、重さから画用紙の枚数を求める方法を考えよう。」となっている。

昨年度の実践では問題をそのまま扱い、解決の方法も教科書どおりに重さで調べることを課題として提示していた。

実習校の同じ授業では、問題把握場面が以下のように授業が展開していった。

###### 【授業逐語録①】

**T1:** 児童会のお便りを出すのに480枚必要なんだけど、これしかなかった。足りるかな？（紙の束を見せる。）

【問題提示】：児童会のお便りを出すのに、紙を480枚使います。用意した枚数で足りるでしょうか。

**T2:** どうすればいい？

**C1:** 数えればいい。

**C2:** めんどくさい。

**T3:** そう、めんどくさいんだよ。数えないでするにはどうすればいい？

**C3:** 紙の厚さ。一枚の。

**T4:** 高さでいい。一枚一枚ふえるとどうなる？

**C4:** 高くなる。

**T5:** 他に変わるものは？

**C5:** 重さ。

**T6:** 他には。

**C6:** 体積。

**T7:** これらを使って調べられそう？

**C7:** ちょっとは数えないと…。

###### (2) 授業観察から得られたこと

上記の場面ではまず、問題場面が「児童会のお便りを出す。」という、小学校6年生の児童にとって身近な現実場面を取り上げている。

また、いきなり「数えないで用意する。」という課題や「重さから考える。」という方法を示さずに、まず厚い紙の束を見せて、T1「これしかなかった。足りるかな？」と問い、児童に問題の対象となるものをじっくりと観察をさせている。

その後、T2「どうすればいい？」、T3「そう、めんどくさいんだよ。数えないでするにはどうすればいい？」、T4「一枚一枚ふえるとどうなる？」、T5「他に変わるものは？」と教師が問いをつなげている。それによって、児童は高さや重さ、体積などの方法を考えている。また、その中から方法を選択することで、それを使って画用紙の枚数を求めることが自身の課題となり、教師から与えられたものではなく、自分の選んだ方法で解決していくという必然性を持たせることができています。

さらに、T7「これらを使って調べられそう？」と問うことでC7「ちょっとは数えないと…」と解決の見通しも持つことができています。

その結果、自力解決では児童がもとにする枚数を決めるために枚数を変えながら何度も高さや重さの測定を行ったり、式や表、グラフなど様々な方法で表現したりして主体的に問題を解決しようとする様子を見ることができた。

###### (3) 改善授業へむけて

これらのことから、問題把握場面では教師は現実場面と関連させるような問題場面の工夫に加えて、児童に問題に働きかける場面を設定し、児童に課題を見つけさせ、見通しを持たせるために問いをつなげていくことで、課題を解決する必然性を持たせることが重要であると考えた。

また、こうした働きかけを繰り返すことで、

最終的には児童に教師が提示した問題から自ら問い、課題を見つけ見通しを持つことのできる力をつけていかななくてはならないと考える。

#### 4.2 比較検討場面での授業改善の視点

##### (1) 実習校での授業観察

「比較検討の場は、発表会の場ではない。発表会は、自分の解決を示せばよいだけである。しかし、比較検討では、自分の解決と他者の解決をくらべて、共通点や相違点を探し出すことが大切である。」(中村, 2008)

しかし、筆者のこれまでの授業では、発表する児童と聞くだけの児童が完全にわかれていた。発表後には「分かりましたか。」や「質問はありますか。」という理解を問う発問が中心で、その反応をみて児童に問うのではなく、教師が言い直したり、言葉を付け加えて説明してしまったりしていた。まさに発表会の場となってしまうのである。

以下は授業観察を行った中学1年生の「比例と反比例」の授業の一部である。

#### 【授業逐語録②】

(ペットボトルのキャップのだいたいの個数を求めるためにグループ学習を行い、それぞれのグループの考えを提示した。)

C1:  $((2.6+1.9+2.6+2.7+2.2+1.9+2.4+1.9) \div 8$  の式に対して) 一班の括弧のなかはどうしてそうしたんですか。

C2: いろいろなキャップがあつて重さが違つたから平均を出した。

T1: 重さが違うのを平均をだして、 $((2.6+1.9+2.6+2.7+2.2+1.9+2.4+1.9) \div 8$  に続く)

**8416.2 ÷ 2.275 は何の計算? どういうこと?**

C3: ふくろとキャップを合わせたのからふくろをひいて (8416.2) キャップでわつた。

T2: キャップ? キャップ全体でいいですか?

C4: キャップ一個の重さ。

T3: どうしてこのわり算でキャップの個数が出たか教えてください。

C5: キャップが何個か集まつた状態で 8461.2 になつたから。

##### (2) 授業観察から得られたこと

上記の場面では、まず C1 児が「一班の括弧のなかはどうしてそうしたんですか。」と別の班の式に対する質問をしている。このことから普段から他者の考えを解釈している活動が行われていることが分かる。

その後、教師は、T1「8416.2 ÷ 2.275 は何の計算? どういうこと?」、T2「キャップ全体でいいですか?」、T3「どうしてこのわり算でキャップの個数が出たか教えてください。」などと問いながら、まず1班の式を解釈し、全体に共有させようとしている。

##### (3) 改善授業へむけて

ただ多様な考えを取り上げ、発表させるだけでは児童の思考力・表現力は高まっていかない。比較検討場面で式を読ませたり、式と図、表などを対応させたりしながら、他者の考えを解釈させ、全員で共有していくことが思考力・表現力を育てることにつながっていく。そのために教師が問いをつなげていくことが大切である。

## 5. 授業実践から

### 5.1 授業実践の概要

授業観察から得た授業改善の視点をもとに改善の手立てを考え、授業実践を行った。

#### (1) 指導計画

第1次	第1時	四角柱の体積の求め方
	第2時	角柱の体積の求め方
	第3時	円柱の体積の求め方
第2次	第4時	まとめ

本稿では第1時の「四角柱の体積の求め方」について述べる。

#### (2) 本時のねらい

直方体の体積の求め方をもとに四角柱の体積の求め方を考え、理解する。

## 5.2 本時の授業改善の手立て

### (1) 問題把握場面の工夫

1 点目は問題提示の工夫である。問題場面は「先生が家族のためにケーキを作る時、全部同じ形にすると子どもが大きいのを選んでしまうから、大きさがすぐにわからないように形を変えて4つ作ります。どれが大きいでしょうか。」とし、大きさを比べるという現実場面と関係する問題場面を設定した。また、比べる対象を本時で扱う四角柱だけでなく、次時以降に扱っていく三角柱と円柱も提示することによって、本時で学習した「底面積×高さ」を使えば他の二つも求積できそうだ、という次時以降の見通しを持たせることができると考えた。

2 点目は提示する図形(図1)の工夫である。提示した図形の高さは全て同じ高さにした。また、はじめは長さを示さずに、拡大図と実物をタブレットPCで拡大し、TVに映して観察させることにした。これによって、高さが同じであることに気づき、直方体の公式以外の方法で大きさを比べる児童が出てくるのではないかと考えた。

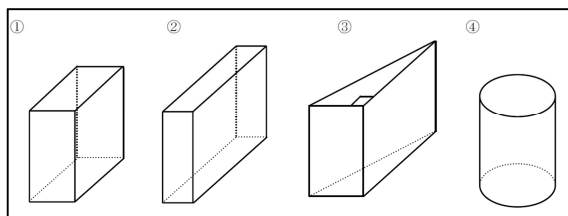


図1 本時に提示した拡大図

3 点目は課題や見通しを持たせる問いの工夫である。教師から四角柱を求めるという課題を提示するのではなく、4つの図形を観察させてから「体積が比べられそうなのはどれ？」と問う。それによって、既習事項をもとに比べられそうな四角柱の大きさを比べていくことが児童の課題となると考えた。また、「なぜ比べられるの？」と根拠を問い、解決の見通しを持たせようと考えた。

### (2) 比較検討場面の工夫

1 点目は式を読ませ、解釈させることである。これまでの経験から、児童の中には直方体は3つの辺の長さをかければ求積できると考えている児童がいる。公式の暗記にならないように、式の数字の意味を問い、式を解釈させ、式の構造を理解させることで、別の柱体の求積でも「底面積×高さ」を使っていくことができるだろうと考えた。

2 点目は式や図を対応させながら解釈させることである。本時のねらいは直方体の体積の求め方を基に四角柱の体積の求め方を考え、理解することである。つまり、「縦×横×高さ」を「底面積×高さ」に見直すことである。そのためにそれぞれの考えを別々に扱うのではなく、式と図を対応させて根拠を明らかにさせながら考えさせる。その上で共通点や相違点を問うことで「縦×横×高さ」を「底面積×高さ」に見直すことができるだろうと考えた。

## 5.3 授業の実際と考察

### (1) 問題把握場面の実際と考察

#### ① 問題把握場面の実際

問題場面の話をしたあとに拡大図を掲示した。さらに、タブレットPCを使い実物を拡大してTVに映し、観察させた。その後、以下のように展開していった。

#### 【授業逐語録③】

T29: 4つまとめて全部比べるのは大変そうですが、**すぐに体積が比べられそうなのはどれ？**

C16: 四角柱。

T30: 番号でいうとどれ？

C16: ①と②。

T31: **これはなぜ比べられるの？**

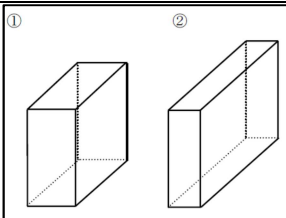
C17: 縦×横×高さで。

T32: **これなら比べられそうってことだね。今日は①と②の四角柱の大きさを比べていきたいと思います。**

(黒板の拡大図と同じものを配布してノートにはらせる。)

T33: じゃあ、はじめてください。

C18：まだ・・・  
 T34：困るっていう人いる？何が困るの？大きさを比べるときに。何が必要？  
 C19：数字がない。  
 T35：どこの数字がほしい？  
 C19：縦と横と高さ。よければ面積も。  
 T36：①と②の辺の長さは・・・（それぞれの縦と横と高さを知らせる。）  
 T37：じゃあ、はじめてください。



①縦4cm, 横3cm, 高さ5cm  
 ②縦7cm, 横2cm, 高さ5cm

## ②問題把握場面の考察

現実場面と関係する問題設定をすることで、児童が関心を持って問題に取り組んでいたのではないかと考える。授業終了後の何日か経った後、「先生の子どもは喜んだ？」や「先生の子どもはどれを選んだの？」と質問をする児童の姿が見られたからである。

図形を観察させるために、拡大図だけでなくタブレット PC を使って実物を拡大してみたが、子どもたちはこれまでの算数では実際に手に取って重さや長さを比べることを経験してきている。この場面でも、児童が手に取って比べられるように実物を用意して、図形の共通点や相違点を問うべきであった。それによって高さが同じという気づきが出てきたのではないかと考える。

観察させた後、T29「すぐに体積が比べられそうなのはどれ？」と問うた。4つの図形を示したこととこの問いによって、児童は既習事項と関連させながら考え、四角柱から比べることを課題とした。また、T31「これはなぜ比べられるの？」と問い、その根拠を児童から出させることができた。

しかし、そのあとすぐ C17 児の「縦×横×高さで。」だけで、T32「これなら比べられそうってことだね。今日は①と②の四角柱の大きさを比べていきたいと思います。」してしまっている。これによって「縦×横×高さで四

角柱の大きさを比べる。」ことがほとんどの児童の自力解決の活動となってしまった。

また、T34「大きさを比べるときに。何が必要？」と問うたあと、C19「縦と横と高さ。よければ面積も。」に対し、すぐに辺の長さを教えてしまっている。

ここでは、C17「縦×横×高さで。」のあとに他の方法を問うことや、児童が解決に必要なだと考える長さを実際に測らせて、「二つの四角柱の高さが同じである。」ことを全体で共有すべきであった。

そうすることによって、「縦×横×高さ」以外でも考えていこうとする児童や自力解決で「ひとつの方法で比べることができたら、他の方法でも比べられないか考えてみて。」と問うた時に、「高さが同じである。」ということを使って考えていく児童が出てきたのではないかと考える。

## (2)比較検討場面の実際と考察

### ①比較検討場面の実際

自力解決では1名をのぞいた全員が直方体の公式だけで考えていた。そこでまず、直方体の公式で体積を比べた方法を取り上げた。

ここでは直方体の公式の数字の意味を問い、図(図2)と対応させながら、直方体は1cm<sup>3</sup>が縦に○つ、横に△列並んだものが□段分で◇個だから◇cm<sup>3</sup>になることを確認し、直方体は1cm<sup>3</sup>がいくつ分としていたことをおさえた。

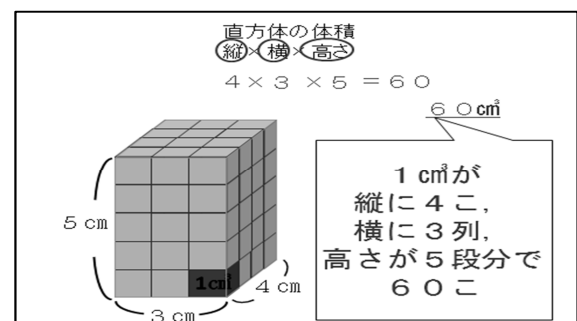


図2 直方体の公式と対応させた図

次に別の方法で考えさせるために、「直方体

の体積を求めないでできないかな？」と問い、2度目の自力解決をさせた。

しばらく時間をとった後に「① $3 \times 4 = 12$ 、② $2 \times 7 = 14$ だから②が大きい」という考えを取り上げ、以下のように展開していった。

【授業逐語録④】

T74: なんでこれ(① $3 \times 4 = 12$ 、② $2 \times 7 = 14$ )だけで、②の方が大きいと言えるの?

C50: どっちも $\times 5$ だから。

T75: 今なんて言った。

C50: どっちも $\times 5$ だから。

T76: 別の言い方すると

C50: 高さが同じ。

T77: (児童のノートの図を掲示して) これどうやって考えたの?

C51: 俺と同じだ。

C52: ミルフィーユのように考えた。

T78: ミルフィーユ? ミルフィーユ分かる?

C52: ケーキが重ねたってね。

T79: それと同じように考えている、ということは $3 \times 4$ 、 $2 \times 7$ はどこ部分を求めたことになりますか?

C53: 下の面の部分

T80: 問題の紙に書き入れてみて。

T81: じゃあ、書くよ。①は $3 \times 4$ だからここだね。②は $2 \times 7$ だからここだね。

②比較検討場面の考察

はじめに「縦 $\times$ 横 $\times$ 高さ=直方体の体積」は「1  $\text{cm}^3$ が縦に○つ、横に△列並んだものが□段分で◇個だから◇ $\text{cm}^3$ 」であることを、式を読ませ、1  $\text{cm}^3$ が積み重なっていく様子をパワーポイントでみせて、式と図を対応させながらおさえることができた。

次に別の方法でも考えさせようと「直方体の体積を求めないでできないかな？」と問うた。しかし、直方体の公式で比べることができた児童にとってはその必然性がなかった。また、問題把握場面で「高さが同じである。」ことを全体で共有していないため、そこに気づくことができていない児童にとっては、思考の手がかりとなるものがないままで自力解決をさせることになってしまった。

ここでは、自力解決で底面に着目して式、言葉、図を使って表現している児童の式や図(図3)を取り上げて、「どのように考えたのかな?」と問うてから、自力解決でこの考えについて個人で解釈させ、それから全員で解釈していくべきであった。

2度目の自力解決の後、T74「なんでこれ(① $3 \times 4 = 12$ 、② $2 \times 7 = 14$ )だけで、②の方が大きいと言えるの?」と問い、式だけを板書し、この式を読ませようと考えた。しかし、C50児の「どっちも $\times 5$ だから。」「高さが同じ。」という発言に引っ張られ、T77「これどうやって考えたの?」とすぐに図3の児童のノートの図を示してしまった。

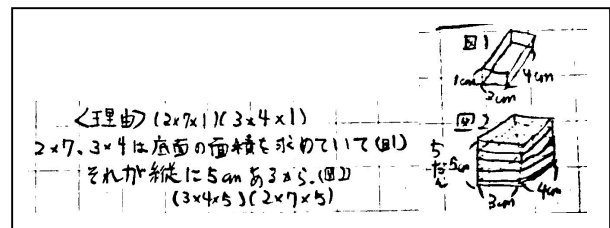


図3 児童のノート

さらに、図を解釈できた一部の児童が発言した、C51「俺と同じだ。」やC52の「ミルフィーユのように考えた。」「ケーキが重ねたってね。」から、他の児童も同じように解釈できていると思い、T79「それと同じように考えている、ということは $3 \times 4$ 、 $2 \times 7$ はどこ部分を求めたことになりますか?」と進んでしまっている。児童に式を読んで解釈させることや、「高さが同じ。」や「重なって。」というイメージを全体で共有することができていない。

ここではまず、① $3 \times 4 = 12$ 、② $2 \times 7 = 14$ の一つ一つの数字の意味を解釈させ、12と14が底面積であることをおさえてから、「なぜ底面積の広さのだけで②の方が大きいと言えるの?」と問い、C50「高さが同じ。」を引き出し、「なぜ高さが同じなら比べられるの?」と根拠を問うべきであった。

また、C52の「ミルフィーユのように考えた。」「ケーキが重ねててね。」は「底面積×高さ」と直接つながるイメージ(図4)である。

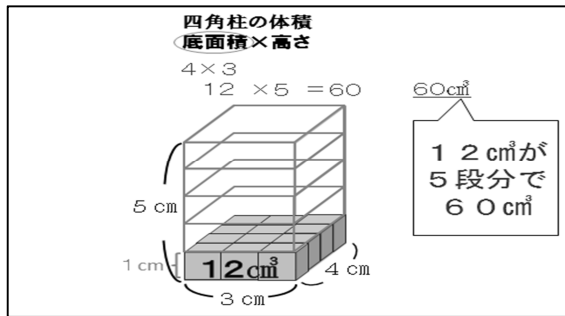


図4 「底面積×高さ」のイメージ

このイメージを全体で共有していくために、「四角柱でいうとどうなっていること?」と問い、言葉や図に描かせて表現させるべきであった。その上で図3を示し、直方体で比べたときの式やパワーポイントと対応させて、底面積が直方体の公式のどこにあたるかや図のどの部分になるのかを問うことで、「底面積×高さ」のイメージをつかむことができたのではないかと考える。

#### 5.4 授業実践のまとめ

問題把握場面では、現実場面と関係する問題場面を設定することで、児童に興味関心を抱かせることができた。しかし、問題に対する興味関心だけでなく、児童に課題を見つけさせることや必然性を持たせることができなかった。

比較検討場面では、これまでの授業のように説明中心ではなく、根拠を問うことや式を読ませるための問いが授業の中に見られたことである。しかし、授業で教師が問う場面はあったが、問いが明確ではなく、一部の発言に引っ張られてしまい、全体に投げかけて考えを共有することができなかった。

## 6. 改善指導案の作成

授業実践と分析を通して課題が明らかになった。それらを改善するために指導案を作成し、授業実践を行おうと考えた。しかし、都合で授業実践が行えなかったため、その概要を示す。

### 6.1 授業の概要

第6学年の「場合の数」(全6時間)の第1・2時の指導案を作成した。

#### (1) 指導計画

第1次	並べ方
第1・2時	順列について、落ちや重りのないように調べる方法を考え、その方法を理解する。
第3時	順列について、落ちや重りのないように調べる方法について理解を深める。
第2次	組み合わせ
第4時	組み合わせについて、落ちや重りのないように調べる方法を考え、その方法を理解する。
第5時	順列や組み合わせについて、落ちや重りのないように調べる方法について理解を深める。
第3次	まとめ
第6時	まとめ

#### (2) 本時のねらい

順列について、落ちや重りのないように調べる方法を考え、その方法を理解する。

### 6.2 授業改善の手立て

#### (1) 課題に必然性を持たせるための工夫

本時の問題は「ジェットコースター、観覧車、ゴーカート、メリーゴーランドに、一回ずつ乗ります。乗る順番には、どんなものがあるか調べましょう。」で、課題は「落ちや重りがないように調べる方法を考えよう。」である。

教師から一方的に問題を提示し、「落ちや重りがないように調べましょう。」と問うても、児童には必然性がない。その必然性を持たせるためには、思いつくままに調べていくこと



の面倒さ不正確さを実感させ、それを全員で共有していく必要がある。

そのために、まず全員に自分の乗りたい順番を書かせ、黒板に整理しないで掲示していく。次に「他にまだありますか?」「これで全部かな?」と問い、整理されていない中から落ちや重なり探す活動を通して、思いつくままに調べていくことの面倒さ不正確さを実感させる。そして、最後に「本当にこれで全部ですか?」と児童をゆさぶる問いをする。この問いに対して「全部ある。」という児童もいれば、「分からない。」「まだありそう。」という児童もいるだろう。

この児童の思いの違いを表出させることで、思いつくままではなく「落ちや重なりがなく調べる。」ことに必然性を持たせることができるのではないかと考える。

## (2) 全体で考えを共有するための工夫

本時では落ちや重なりなく調べる方法として、表と図を扱う。その際、はじめから完成した表や図を提示するので

①	②	③	④
A	B		
A	B		
A			
A			
A			
A			

図 1

ではなく、未完成の表や図(図5、

図6)を提示し、教師が

問うたり、対応させたりしながら完成させていく。

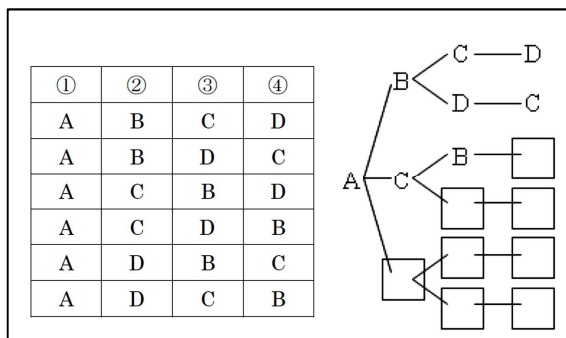


図 2

その過程を通して、表や図の書き方の指導だけで終わるのではなく、共通点や相違点、表現方法のよさに気がつくことができるのではないかと考える。

## 7. おわりに

本研究では根拠を問うなど、これまでの授業にはなかった視点で実践をすることができた。しかし、授業分析を通して、教師の問いがまだ不十分であったため、児童の思考や表現につながらないことが多くあった。これを改善していくために、来年度は「何を問うか。」や「どこで問うか。」、「どのように問うか。」といった「問うべき問い」を明確にしていく必要がある。

数学的な思考力・表現力を育てていくためには「問う」ことが重要である。児童に問う力をつけさせることが数学的な思考力・表現力を育てることになるともいえる。そのために教師の問う力をつけることを来年度の課題としたい。

## 8. 引用・参考文献

- ・文部科学省 (2008) 小学校学習指導要領解説算数編
- ・文部科学省 (2008) 中央教育審議会「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について」答申 P. 83
- ・筑波大学附属小学校算数部 (2011) 「新版 小学校算数 板書で見る全単元・全時間の授業のすべて 6年上」 東洋館出版社
- ・藤井齊亮ら (2008) 「新しい算数6上」東京書籍
- ・中村享史 (2008) 「数学的な思考力・表現力を伸ばす算数授業」 明治図書
- ・早川健 (2013) 『算数科授業づくりのポイント』P. 50-55 「小六教育技術1月号」 小学館
- ・正木孝昌 (2011) 「『問題』に問題あり」. 算数授業研究 VOL. 76 東洋館出版社