

数学的な考え方を育てる算数科の授業づくり

—教師の「問い」に焦点をあてて—

M12EP012

村田利恵

1. はじめに

本研究において筆者は、数学的な考え方を「問題解決の場面で既習事項を活かして解いていく力、新たに創造していく力」と捉え、これを授業の中で育てていきたいと考えた。

昨年度は、算数の学習内容や教材に視点において、全国学力・学習状況調査の算数の問題から「倍の問題」の授業について考察した。昨年度の課題から、児童に何を考えさせるか、何を深めさせるかということは、教師がどのように「問う」かが重要ではないかと考えた。

そこで、数学的な考え方を育てていくためには、教師はどのような授業づくりをしていたらよいのか、教師の「問い」に着目して考察していきたいと考えた。

2. 数学的な考え方を育てる授業

2.1. 算数科の授業において大切にしたいこと

(1) 「問題解決型の授業」について

数学的な思考力・表現力を高められるような授業づくりの一つとして、問題解決型の授業を行っていくことが大切であると考える。

「問題の理解→自力解決→解決方法の比較・検討→まとめ」といった過程の中で、児童は、既習事項を活用して考えたり、友だちの考えを聞いて互いに学び合ったりする。その中で、児童の数学的な考え方も育っていくと考える。

(2) 「数学的な考え方」を育てるノート指導

日々の授業の中では、ノート指導を行っていくことも大切だと考える。ノート指導は、二つの点に気をつけていきたい。一つは、板書を写すだけではなく、自分の考えや友だちの考え、修正したこと、まとめなど、児童自身が「マイノート」を作っていくことである。もう一つは、「学習感想」を書くことである。

2.2. 「問うべき問い」について

授業の中では、「教師が問うべき問い」が大切になる。中村（1993）によれば、「子供に問う力を育てる」ことが大切であるという。中村は、「授業過程の中で生まれてくる問い」として、「今まで学習してきたことの何が使えるか」といった「既習事項を問う」ことや、「他によい方法はないか」と「他の方法を問う」、「なにをもとにしているのか」と「根拠を問う」、「似ていることはないか」と「共通点や類似点を問う」、「違うことはないか」と「相違点を問う」、「いつでもできるか」と「一般性を問う」、「どこまでできるか」と「発展性を問う」、算数の楽しさや面白さにつながる「よさを問う」ことをあげている。

授業の中では、問いを連続させていく。これらの「問い」が思考力や表現力など児童の力となる。そこで、問う力を児童につけさせるために、まずは教師が「問い」を持って授業にのぞみ、児童に問う姿をみせていきたい。その姿から、やがては児童が自ら問うようになってもらいたい。

3. 研究の目的

本研究は、所属学年である6年生算数科において、数学的な考え方を育てるために、児童の考えを深められるような授業とはどのようなものかを、特に教師の「問い」について考察していくことが目的である。やがては自分自身で「問い」をもつ児童を育てる授業づくりのために、教師の「問い」に着目して考察し、改善を目指したい。

4. 研究の方法

6年生の算数科において、問題解決型の授

業を行い、授業後に、授業での児童の様子と教師の「問い」を振り返る。教師の「問い」が授業全体や児童の様子、ノート記述にどのように表れているかに着目し、数学的な考え方を育てる授業について考察する。

(1)実践授業について

授業実践は、所属校である県内公立A小学校6年生1クラスで行う。6年生算数科一学期の単元「分数のわり算」の授業を研究授業として実施する。考察をもとに、日々の授業の中で課題を改善していく。

(2)授業研究の手順

- ①教材研究を行い、授業プランを立てる。
- ②授業を行う。
 - ・板書の写真撮影、授業のビデオ撮影を行う。
- ③参観者と共に、成果や課題、改善点を明確にする。
- ④授業を省察する。
 - ・ビデオやレコーダーの記録から授業記録を作成する。
 - ・ビデオやレコーダー等によって作成した授業記録から「問い」を中心に振り返り、考察する。
 - ・板書や児童のノート記述、学習感想から児童の授業中や授業後の考えをみとる。
- ⑤次時の授業への示唆を得る。

5. 授業実践 —授業の実際と考察—

5.1.日々の実践で心がけること

(1)算数の言語活動と板書の工夫を行う。

- ・具体物、絵、数直線図、面積図、線分図などを使えるように、丁寧に指導する。
- ・問題を書く、わかりやすい掲示物を用意する、児童の意見に名前を書く、字や図を丁寧に書くなどを意識して板書の工夫をする。

(2)「マイノート」作り

- ①課題を書く。
- ②前時までのノートを参考にする。
- ③自分の考えの記述では、誤答も残す。
- ④自分の考えと友だちの考えを分けて書く。
- ⑤学習感想を書く。

- ⑥ノートは授業後に回収し、個別指導をして、コメントを記入する。また、模範にしたい児童のノートをコピーして掲示する。

5.2.単元について

(1)単元名 「分数のわり算」(6月)

(2)単元の指導計画(全12時間)

第1次	分数のわり算	(6時間)
第1時	分数でわることの意味と立式。	
第2時	真分数÷真分数の計算の仕方とその計算。(本時)	
第2次	分数の倍とかけ算・わり算	(3時間)
第3次	まとめ	(3時間)

(3)本時の目標(全12時間・第一次第2時)

$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$ の計算の仕方を考え、その計算ができる。

(4)本時の問題解決に関わる既習事項

- ・4年生…わり算の性質
「わられる数とわる数に同じ数をかけても、同じ数でわっても、商は変わらない」
- ・5年生…小数÷小数、分数÷整数
- ・6年生の前単元…分数×分数
- ・前時に問題を提示し、数直線図から「 $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$ 」の立式を行った。
(下記は前時に示した問題)

$\frac{3}{4}$ d Lのペンキで、板を $\frac{2}{5}$ m²の板をぬれました。このペンキ1 d Lでは、板を何m²ぬれますか。

数直線図をかくことで、「1(d L)を求める」ということや、「答えが $\frac{2}{5}$ m²より大きくなりそう」ということがおさえられた。

(5)本時の指導の手立て

指導にあたっては、既習事項である小数÷小数、分数÷整数で考えた数直線図、わり算の性質を思い出させ、分数÷分数を解決するための考えの手立てや根拠となるようにしたい。

5.3.問いの明確化

授業前に教師の問いを明確にしておいた。

・ $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$ の計算の仕方を考え、言葉や式、図で

説明しましょう。

- ・ 今までの学習で、どんな計算ならできますか。
- ・ なぜ4を ($\frac{4}{3}$ を) かけたのでしょうか。
- ・ 他にかける数はありませんか。
- ・ 続きは、何をしようとしているのでしょうか。
- ・ 何を使っているのでしょうか。
- ・ 似ている考え方をしている人はいますか。
- ・ 違いは何でしょう。
- ・ 図で表した人はいますか。図で考えるとどうなりますか。
- ・ 共通点は何でしょう。どの考えにも同じ部分がありますが、どの部分でしょうか。

5.4.授業の実際

(1)問題の理解・課題把握の場面

- ・ はじめに、前時に提示した問題と式を確認し、本時の課題が「 $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$ 」の計算の仕方を考えていくことを確認した。
- ・ この「分数÷分数」の計算は未習であるため、既習事項を思い出させ（授業記録①下線部）、考えの見通しをもたせ（授業記録①波線部）、その後、自力解決に入った。

【授業記録① 課題把握・見通しをもつ場】

03:40

T 15: どういうわり算だったらできる。

C 8: 分数÷整数

T 16: 分数÷整数だったら、習っているよ。

…他には、どうでしょうか。

C 10: 分数×分数

T 18: そうだね、これ、前にもやったもんね。分数×分数…かけ算だったらできる。…他には、どうでしょうか。

C 12: 整数×整数

T 20: 整数×整数だったらできるね。わり算だったらどうですか？どんなものだったらできますか。…

C 13: 分数÷整数

T 22: 分数÷整数だったら…他には。

C 15: 小数÷小数

T 24: あ、小数÷小数だったらできるよね。小数÷小数、…（以下略）。

T 27: うん、じゃあ、今、小数÷小数なら、できる。でも、今、分数÷分数だよね。分数÷整数だったら、できる。でも、今、分数÷分数だよね。

T 28: でも、今、こういった、今まで使ってきたことを、考えてきたことを使って、今日は、この計算の仕方を、考えてみたいと思います。

(2)自力解決

- ・ 自力解決の様子から、小数に直して小数÷

小数をしている児童が数人見受けられた。(図1)

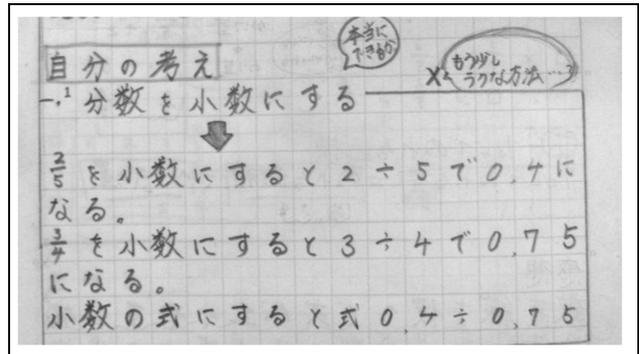


図1 A児のノート「小数に直す」

自力解決前の見通しが活かされていないと考え、全体にもどした。

(3)全体での見通しの場面

- ・ 小数÷小数の学習を思い出させ、「わる数を整数にする」という児童の考えから、その方法を問うと、児童から「わり算のきまり」が出てきた。その後、さらに自力解決の時間をとった。
- ・ 自力解決での児童の様子は次の表の通りである。

【表1 自力解決での児童の様子】 (児童数 38名 人数はのべ人数)		
番号	解決の仕方	人数
①	分数を小数に直して考える	8
②	わり算の性質	6
③	数直線図	7
④	面積図	4
⑤	わる数の逆数をかける	4
⑥	わる数に4をかけて、4でわる	2
⑦	分母を20に通分する。	3
⑧	分母同士、分子同士をわる	2
⑨	その他	4
⑩	困っている、書いていない	14

(4)全体での比較・検討の場面

- ・ 筆者は、わり算の性質を使って考える授業展開をねらっていた。しかし、小数÷小数でわりきれなくて止まっている児童、困っている児童、手のつかない児童が多くいた（表1）ため、わり算の性質について理解不十分と思われた。

5.5.授業の考察

～比較・検討場面の「問い」に焦点をあてて～
教師の「問い」と、児童の思考について、
考察を行う。

(1) 「なぜ4をかけたのか」という問い

B児(図6)の考えを取り上げ、まず、この考えの根拠を問い、B児がわり算の性質を使っていることを顕在化させた。児童は「同じ数をかけている」ことに気づいた。

そこで筆者は、「どうして4をかけるか」と根拠を問い、わり算の性質を使う目的を問うた。児童は「わる数を整数にした」ことに気づき、この問題で4を使うと「わる数が整数になる」よさを味わった(授業記録②)。

【授業記録② 比較・検討 4をかける】
33:49
T 66: はい。B君の、この考えは、何をしたんですか。
C 42: 分母を…。
C 43: わかったー。同じ数をかけている。
T 67: 同じ数をかけている。何をかけているんですか?
C 44: 4をかけている。
T 68: どうして、4をかけるんでしょうか?
C 45: わる数とわるられる数が…。
T 69: はい、だれか、言って下さい。
…(途中略)… I君。
C I 46: わる数を整数にした。

図6 B児のノート

自力解決の時、B児は、わり算の性質を使おうとし、小数のわり算を思い出して両方に10をかけるが、失敗している。そして、分母をはらうため両方に4をかけたと思われる(図6)。このように子どもたちは、計算のきまりを試行錯誤しながら活用していることが伺える。

(2) 「他にはないか」という問い…他の整数へ

B児の考えの後、「他に、どんな数をかけられるか」(授業記録③下線部)を問うと、児童から「4の倍数」「12とか」「16」「20」と発展させた考えが出てきた(波線部)。

【授業記録③ 比較・検討 他の数をかける】

36:21

T 79: 今、4をかけてますが、他に、どんな数をかけられるでしょうか。

…(途中略)…

T 82: じゃあ、他に、うまい、考えをもっている人はいますか。

C 55: 4の倍数

T 83: あ、なるほど、4の倍数でやったらいい。同じように、4の倍数でやったらいい

C 56: 1, 2

T 84: 1, 2とか、なるほどねー。

他にはどうでしょうか。

C 57: 4の倍数で考えたら…。

T 85: 4の倍数で考えたらいい。これだったら、何でもできそうですね。

…(途中略)…

T 89: (略) じゃあ、一つやってみるね。じゃあ、どれにしますか。

C 60: 1, 6

…(途中略)…

T 100: 他には、ないですかね。

C 69: 2, 0とか。

これについてD児は、「4の倍数ならかけると整数になり、やりやすくなる」という気づきをしており、考えの深まりが見られる(図7囲み)。

図7 D児のノート(囲みは筆者による)

また、E児は、「わるられる数の分母5とわる数の分母4の公倍数が20」であることを使おうとしている(図8)。「20をかけたらどうか」(授業記録③、C 69)という考えをもっていた児童の考えとE児を取り上げれば、分母が違うことに困っている児童に対しての手助けになったとも考えられる。

図8 E児のノート

(3) 「なぜ逆数をかけるのか」という問い

「他にかける数はないか」という問いに、

「3分の4をかけたら」という児童の考えが出された（授業記録④,C77）。

筆者はここで、「なぜ3分の4なのか」と根拠を問うことで、これまでクラスの中で出てきている「分数にその逆数をかけるとすぐに1になる」（児童の表現で「速攻1」）が出されると予想していた。

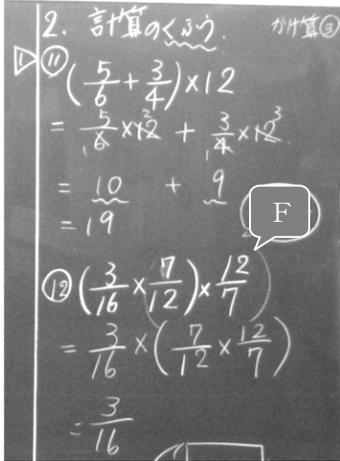


図9 「分数のかけ算」板書

「速攻1」とは、前単元の「分数のかけ算」で「逆数」を学習した際に、F児から出てきた言葉である。逆数を知った後の計算練習の場で、『 $\frac{7}{12} \times \frac{12}{7}$ 』をすると『すぐ1にしたい』という気持ちになる」こ

とを児童が言い、分数とその分数の逆数をかけるとすぐに1になるという計算を「速攻1」と表したものである。クラスの児童から出された「分数のかけ算で速く計算するためのルール」である。

授業の中では、「なぜ、3分の4なのか」と問う(T113・114)ことで、「4分の3の逆数である、3分の4」をかけると、そのよさである「速攻1」が使えることが出され(C82・84)、除数が1になるよさを全員で確かめて味わうことができた。分数のわり算で、「速攻1」を理解し直したと言える。

【授業記録④ 比較・検討 3分の4をかける】
40:21
C72: 分数をかけて、できないかなって。
T104: あ、今、整数をかけてやっているけれども、分数にかけてできないかな、分数をかけて考えてみようと思った人はいますか。
… (途中略) …
T109: … (途中略) … あ、思いついた何か。G君、どうぞ。
C76: 3分の
T110: はい。
C77: 3分の4をかける。
… (途中略) …
T113: なぜ、3分の4なんですか。ちょっとやってみますね。ちょっとノートにやってみてごらん。

(少し時間をとる。) 42:55
43:30
T114: 3分の4をG君が選んだ理由は、なんでしょうか?
C78: わる数とかが
T115: いいですね、一生懸命やっています。ありがとうございます。
C79: 逆数
T116: あ、逆数。何の逆数になっているの。
C80: 4分の3の逆数
T117: 4分の3の逆数が、何ですか?
C81: 3分の4
T118: 3分の4、4分の3の逆数が、3分の4
C82: 速攻1
T119: 出ました、速攻1。だれだっけ、速攻1って。
C83: F。
T120: 速攻1ね。F君ね。F君、覚えてた。
T121: F君が言ってくれたことで、速攻1っていうのがあったよね。確かに逆数をやると、こういうよさがあるんだよね。
T122: そうすると、このあと、どうなるんですか。
C84: 速攻1
T123: あ、速攻1だから、 $2 \div 5 \times 4 \div 3 \div 1$ になって、この $\div 1$ は、省略していいですね。(以下略)

(4) 共通部分を問う

B児、C児、D児の式と、E児、F児の数直線図に着目させて、「似ているところはないか。」と共通部分を問うた（授業記録⑤,T158・160・161）。子どもたちは、5人の式表現や図表現を読み、そして、その中に共通部分「 $\frac{2 \times 4}{5 \times 3}$ 」を見出していった(C109)。わり算がかけ算になること、わる数の逆数をかけていることに、児童が気づいていった。(波線部)

【授業記録⑤ 比較・検討 共通部分を問う】
51:46
T158: … (略) … こう考えた中に、共通して、どれも同じだなんていう、のがないですか。
… (途中略) …
T160: ここが似てるっていう、…。
T161: どうでしょう。似ているところないですか…。
… (途中略) …
C109: えっとー、5分の3かける2、5かける3分の、2かける4のとこが、全部入っている。
… (途中略) …
T168: 確かに、全部同じ部分があるね。
T169: B君、どう・立って言って
C113: 全部
T170: 全部?
C114: かけ算
T171: かけ算の形。… (指さす) あれ、あ、そうだ。あれ、今日。何やってたっけ?
C115: わり算
T172: わり算だったよね。… 全部、かけ算の形になっている (さしながら) … (板書しながら) 全部、かけ算の形。… (以下略) …
… (途中略) …
T174: じゃあ、もともとわり算だったものが。かけ算になっているのは、どういうふうな、かけ算になっているの。
… (途中略) …
T175: … E君、一人ですか。… わり算だったものが、かけ算になっている。全部かけ算になっている、どういふかけ算になっているんだろう。… (略) …

T176: じゃあ, E君から, どうぞ。(以下略)
 C118: わる数が, わられる数が, わる数が, わる数が,
 T177: わる数, はい,
 C119: わる数が, の, 分母と分子が, 逆になって…。

5.6.本時の課題とその改善

筆者は, わり算の性質を使わせる展開を考えて進めた。しかし, 児童の素直な考え方で, 様々な考えが出されていた(表1)。そこで, 次のような改善案を考え, 次時で実践した。

(1)「小数÷小数」を既習事項とする

$\frac{2}{5}$ や $\frac{3}{4}$ は, 小数に直すことができる分数である。多くの児童がこの既習事項を使って問題を考え始めている。(図1, 図10, 表1) この考えから, 「既習事項は何か」と問うことで, わり算の性質に着目させて考えさせることができる。小数に直すことができる分数の時には, このような解決もできる。

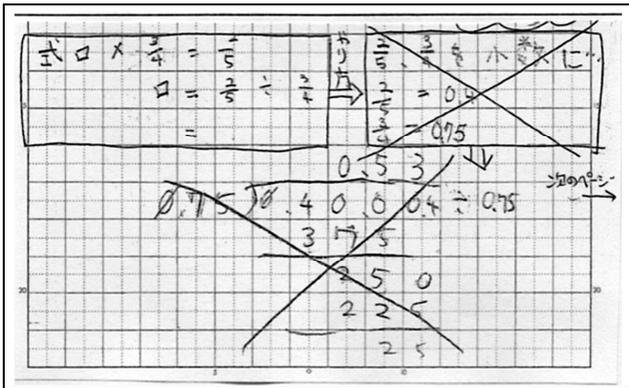


図10 M児 わりきれないので誤りとする

しかし, 授業では丁寧に扱わなかったため, 例えばM児は, 小数に直して計算した結果わりきれないことから, この考えが間違っていると感じていた(図10)。そこで, 次時には, この計算もわり算の性質を使って答えが出てくることを確認し, 児童も理解を深めた(学習感想1)。

- ・小数÷小数はできないと思ってあきらめたけど, 今日やったらできて, 自分の考えもまちがっていなかったんだなと思いました。(次の日のA児の学習感想)
- ・昨日できなかった $0.4 \div 0.15$ が, 今日わり算のきまりを使ったらできました。(次の日のM児の学習感想)

学習感想1 本時で小数÷小数をした児童

(2)面積図との関連

わり算の性質に着目したが, 他にも, 児童は多様な考え方で解決していた。(表1)

次時に面積図の考えを取り上げ(図11), 本時との関連をはかった。第一時の「答えが, $\frac{2}{5}m^2$ より大きくなる」ということが見てわかり, 他の児童の理解も深まった。

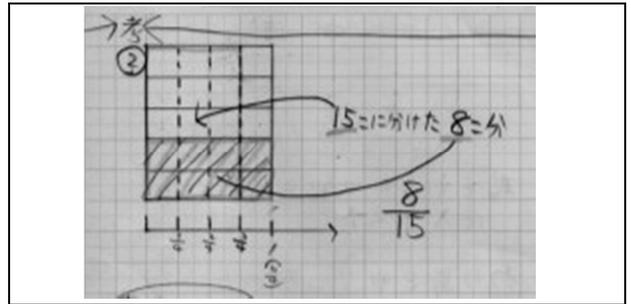


図11 D児のノート

- ・面積図は書いたけどわからなくてあきらめてしまいました。でも, D君の考えでわかりました。

学習感想2 M児, 次時の感想

6. 研究の結果 — 「問い」の考察—

6.1. 数学的な考え方を育てる「問い」

授業の中で見られた考えを深める「問い」

これまでの考察から, 授業の中で, 次のような「問い」が児童の考えを深め, 数学的な考え方を育てていったと考えられる。

【表2 「問い」の分類】

問いの種類	本時での筆者が発した問い
①既習事項を問う	・どんな学習が使えるか。 ・何かいい方法はないか。 ・わり算のきまりってどういうの。
②根拠・理由を問う	・なぜ4を(3分の4を)かけるのか。 ・10をかけると, なぜいいのか。
③見通しを問う	・何が使えるか。 ・何だったらできるか。
④共通性を問う	・共通している部分は。 ・似ていることは。
⑤一般性を問う	・他にはないか。 ・他の数はどうか。
⑥例を問う	・例えば, どこか。 ・例えば, 分数÷整数ならどうか。
⑦別の表現や説明を問う	・言葉に言いかえると。 ・A君の考えは何をしたのか。
⑧よさを問う	・わり算のきまりを使うと何がいいか。
⑨他の方法を問う	・図でかいた人は。

6.2. 「数学的な考え方」を高める「問い」

授業の中で筆者は問うことができなかつたが、次の問いが児童の考えをさらに高めるために必要であった。

「いつでもできるか」一般化・抽象化

分数を小数に直して「小数÷小数」にした考えが出された時に、「この方法はいつでもできるか」と考えを高める問いが必要であった。

分数によっては、小数に直せない場合がある。そのことに気づかせ、「分数÷分数」では、この考えが一般化されないことを学ばせたかった。そのことから、逆数をかけることが、いつでも、すぐにできる方法であるということに気づかせたかった。

7. 成果と課題

7.1. 成果

本研究を通して、教師が「問い」をもつことは、既習事項を導き出したり、他の単元との関連をはかたり、児童の考えを深めたりするために必要であることがわかった。教師が問うことで、一つの思考から広がりや深まりをもつことができ、数学的な考え方が育成されたと言えよう。

例えば、教師が根拠やよさを問うことで、計算の意味に着目させ、なぜ「ひっくり返してかける（逆数をかける）」のかを理解することができた様子が、次の学習感想から伺える。

- ・逆数は、わり算にも使えることがわかった。
- ・わり算だけ、かける事で逆数ができ、答えが求められると思いました。
- ・今日の勉強は、じゅくでやったことがあったので、やり方はわかっていました。けど、なぜ、このような計算ができるのか知らなかったので、今日の友だちの考えでわかりました。

(下線・太字は、筆者による)

学習感想 3

また、次の学習感想からは、他の児童の表現を読むように問うことで、お互いの考えを解釈し、その考えのよさを味わうことができたことが分かる。

- ・今日はわり算のやり方をおそわりました。私は、Dさんの考えに一番なっとくしました。なるほどなと思いました。

(下線・太字は、筆者による)

学習感想 4

7.2. 課題

問いを明確にして授業に臨んだが、全体への問いにはならず、教師と児童の1対1になることもあった。個人への問いになることが多かった。

また、児童が答えた不十分な発表を補充する時に、教師が説明している場面が多かった。数学的表現を高めるためには、児童に説明させることが必要であった。「もう一度いってみて」「出てきた言葉でもう一度説明すると」「速攻1をするとどんなよさがあるの」などと問い、個の問いを全体へつなげる意識をもって授業に臨みたい。

8. 引用・参考文献

- ・藤井斉亮他. (2010). 新しい算数6上. 東京書籍.
- ・早川健. (2013). 「算数科授業づくりのポイント」. 小六教育技術5月号. 小学館. pp46-51.
- ・文部科学省. (2008). 小学校学習指導要領解説 算数編. 東洋館出版社.
- ・中島健三. (1981). 算数・数学教育と数学的な考え方 その進展のための考察. 金子書房.
- ・中村享史. (1993). 自ら問う力を育てる算数授業. 明治図書. pp13~16. pp89~108.
- ・杉山吉茂. (1986). 公理的方法に基づく算数・数学の学習指導. 東洋館出版社
- ・杉山吉茂. (1997). 少なく教えて多くを学ぶ算数指導. 明治図書.
- ・新算数教育研究会. (2013). 「新しい算数研究 5月号(No.508)」 東洋館出版社.
- ・東京書籍. (2011). 新しい算数6上教師用指導書 指導編.
- ・東京書籍. (2011). 新しい算数6上教師用指導書 研究編.