

数直線を活用した小数の乗除法の指導

M10EP011

鈴木 和幸

1 研究の目的

(1) 研究の動機

「計算はできるが、文章題ができない」といった声が算数科の授業でよく聞かれる。そこで、文章題の解決によく使われるのが、線分図や数直線である。しかし、「教科書では数直線が取り上げられているが、指導の仕方がよくわからない」といった声もある。本研究では、数直線指導の方法を提案するとともに、その指導において見られた児童の誤りとその対策も明らかにし、わかりやすい数直線指導を探った。

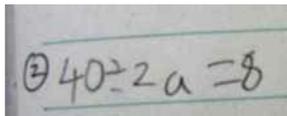
(2) 全国学力・学習状況調査に見られる実態

平成 22 年度の調査では「商が 1 より小さくなる等分除の場面で、除法が用いられることの理解に課題がある。」といった結果が見られた。また、これまで行ってきた調査で出された割合の問題についても、正答率は高いとは言えない。いずれも文章問題を構造化できていないことが考えられる。

(3) 昨年の研究とのつながり

昨年、中学校の 1 年生の TT をおこなった。そこで、見られたのは、出てくる数字とキーワードをたよりに立式している様子である。具体的には、

「40 個のみかんを a 人に 2 個ずつ分けたら、8 個あまった。」
という問題に対して、 $40 \div 2a = 8$ という誤答が見られた。


$$\textcircled{2} 40 \div 2a = 8$$

である。文章題の立式において、線分図や数直線などを使って式を立てている姿がほとん

ど見られなかった。また、

本時のくぎの重さと本数、針金の長さとお重さについて、教師が「どんな関係があるの？」の問いに、「比例の関係」と答えることができない。

といったように、比例関係にあるものを明確にすることができず、比例の式をつくるのに戸惑っている様子も見られた。

そこで、困難性を克服する方法として、昨年の報告書に「児童が問題文から 2 本の数直線にあらわすことができるようにしたい。つぎに、数直線を使って比例関係をもとに適切な演算決定ができるようにしていきたい」と書いている。これを本年度、具現化していく。

2 研究の方法

第 5 学年では小数の乗除法の学習をする。そこで中心になる図解が数直線である。本研究では、公立小学校 5 年生を対象に数直線を活用した指導実践をおこなった。児童のノートを中心とした記録を抽出して分析する。今回指導する児童は、第 4 学年までに教科書を使って、数直線を目にしてきている。ただ、数直線を使って、立式することはしていない。本単元では、数直線を立式の根拠として使いこなせるように指導していく。

3 研究の内容

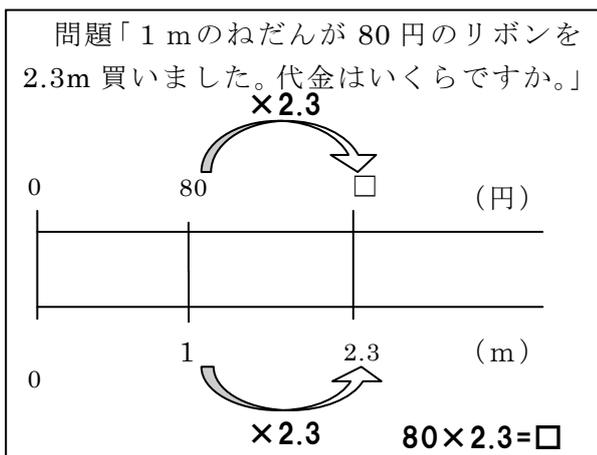
(1) 数直線の指導の意図

乗数が小数になると、整数で用いていた同数累加の考えでは立式や求め方が説明できなくなる。そこで、別の意味を用いて意味拡張が必要となる。ここでは、数直線を取り上げ

る。数直線を取り上げた意図としては、
 ①低学年から系統的に図の続きとして捉えやすいこと。
 ②中学校で、つまずきやすい関数の1つである比例について、比例関係を意識する場になること。
 ③答えの見当がつけられること。(分数が出てくる立式においては、分数の大きさを具体的に捉えられるものとなる。)
 ④思考力・表現力が注目されている中で、数直線が立式の根拠となり、児童の思考や表現のツールになること。
 である。

(2) 数直線の表示の指導

今回の指導では、まず数直線のかき方を徹底させた。かき方は以下の通りである。



- ①比例する2量を明らかにする。
- ②1本の縦の直線と2本の横の直線をかく。
- ③基準の0をかく。
- ③下の直線に「1」をかき、「1」に対応する値を「1」の上にかく(ここでは80)。
- ④③の数値をみながら、単位をかく。
- ⑤その他に条件として出てくる数値(この問題では2.3)を、大小と単位に注意しながらかく。
- ⑥下の直線に「1」からでる矢印を倍関係(比例関係)として捉えさせる(ここでは $\times 2.3$)。
- ⑦下の矢印に対応する比例関係を、上の直線に、矢印として下と同じ倍関係を捉えさせる。

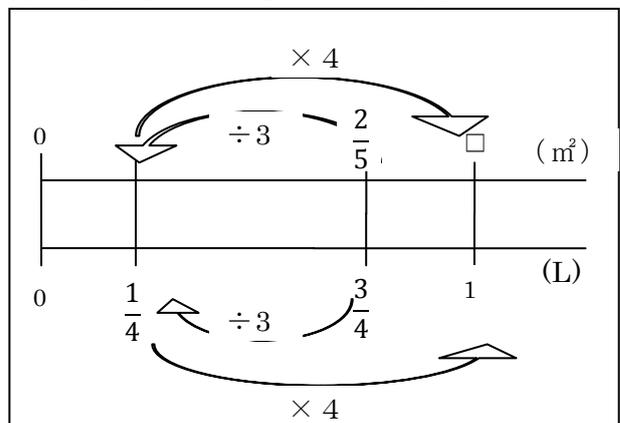
⑧上の直線に矢印でかいたものをもとに、乗法を立式する。

(3) 本指導の特徴

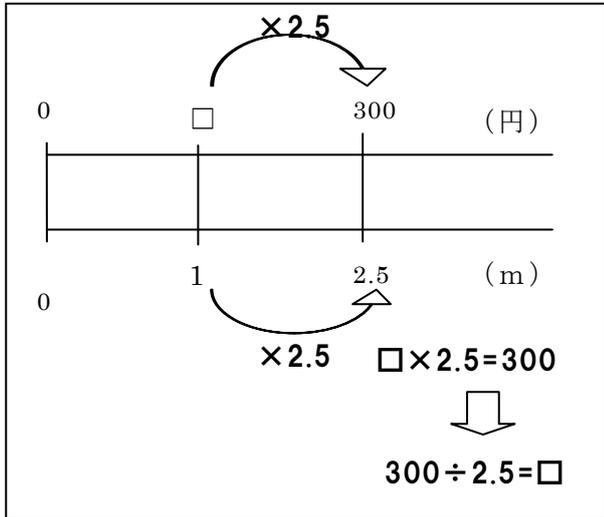
1つ目として数直線上に数値を書く際、一番はじめに記すものは「1」とした。基準量を意識させることによって、児童は問題を構造的に捉えようとすると思われる。例えば「ゆりえさんの道のりをもとにすると、卓也さんの道のりは何倍ですか?」「A町の面積は13.8 km^2 です。これはB町の面積の0.6倍です。B町の面積は何平方キロメートルですか。」のような基準量を明記していない問題でも、基準量を意識させることによって、問題を構造的に捉え、数直線に正確に表そうとする態度が期待できる。さらに、5年生の後半で学割の学習では、全体量を「1」とするので、基準量を意識する考え方を割合の学習に生かすことができる。中村(1996)は基準量を意識させ、「1」と見る重要さを説いている。

2つ目として数直線に矢印を入れることにした。矢印を入れることで比例関係が明確になり、形式にそって式が立てられるからである。さらに矢印により、比例関係を顕在化しておく、田端(2010)がおこなっているように、今後、さらに難易度があがる分数の乗除法において、矢印を使った数直線上の操作が期待できる。例えば、

「 $\frac{3}{4}\text{L}$ で $\frac{2}{5}\text{m}^2$ 塗れるペンキがあります。1Lでは何 m^2 塗れますか」といった問題において、以下のように矢印を書き加えることによって、答えを導くことのできるのである。



3つ目に、未知数を□として、除法もすべて乗法の式に表すことにした。例えば、「リボンを2.5m買ったら、代金は300円でした。このリボン1mの値段は何円ですか」という問題の時、



というように立式する。これは、児童が比の第1用法及び第3用法よりも比の第2用法の方が理解しやすいと考えられるからである。金井(2002)は比の3用法という分類の視点で見ると、比の第2用法の問題の正答率は他の用法と比べて高いことを様々な調査を分析する中で明らかにしている。

(4) 数直線指導で見られた児童の誤り

このような数直線指導において、主に3つの誤りが見られた。

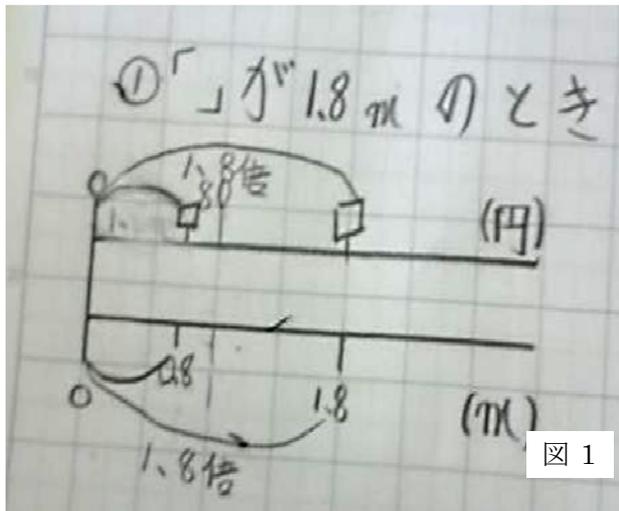


図1

図1は、「1mの値段が80円のリボンがあ

ります。このリボン1.8m、0.8mの代金は、それぞれいくらですか」という問題において、矢印が「0」から出ているものである。数直線は比例関係を前提としており、児童は倍を考えるとときに、基準の「0」から矢印を出したくなると思われる。

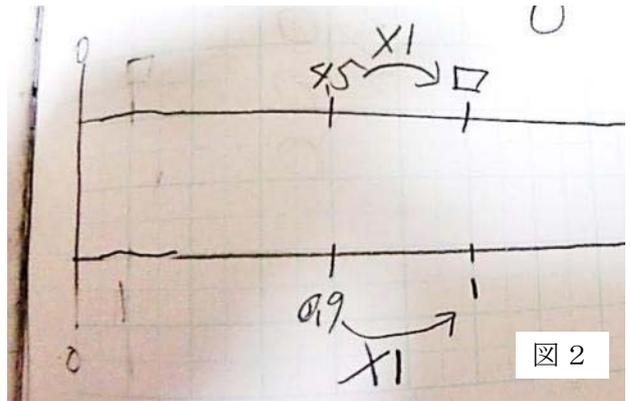


図2

図2は「4.5mの重さが0.9kgのホースがあります。このホース1kgの重さは、何mになりますか」という問題において、矢印が右向きに出ているものである。乗数が純小数のため、矢印が「0.9」から出ている。本クラスではこの誤りが一番多かった。

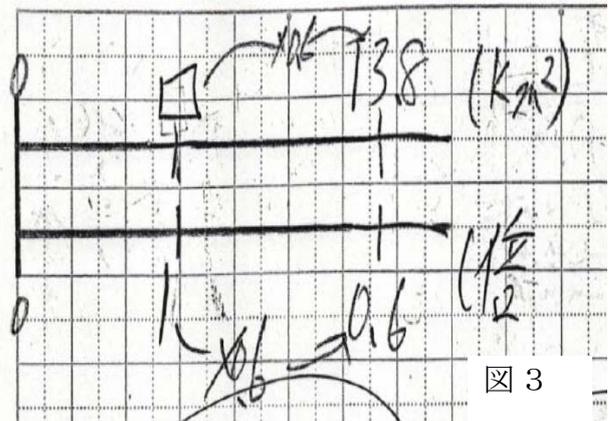


図3

図3は、「A町の面積は13.8km²です。これはB町の面積の0.6倍です。B町の面積は何km²ですか」という問題において、矢印を右向きに出したいために、大小関係を間違えて書いてしまったものである。図2図3のいずれも、矢印を右向きにかきたいために、おきた誤りである。

(5) 数直線指導で見られた児童の誤りの考察

これまであげた3つの誤りは、矢印を大きくなる方向、つまり右向きに書きたいためにおこったことと思われる。今回の指導では乗法の演算を用いて立式することを共通確認している。さらに第5学年まで比較量が基準量より小さくなる問題にふれてきてはいない。第4学年の小数を扱う乗除法の問題は、例えば

「0.3L入りのジュースを6本買いました。ジュースは、全部で何Lありますか」

「水が3.6Lあります。この水を3人で等分すると、1人分は何Lありますか」

といったようにいずれも、比較量が基準量よりも大きくなる問題である。そのため、児童は矢印を大きくなる方向、つまり右向きにかく傾向にあると思われる。児童の中に比較量は基準量より大きくなるといった概念があるので、左向きに矢印をかくことに抵抗があり、右向きに矢印をかく傾向にある。しかし、数直線は比例関係を前提として考えるので、「1」から矢印を出さなければ乗法として成立せず、形式的に正しい立式をすることができない。つまり、比較量が基準量より小さくなる場合は矢印を左向きにすることを考えさせることが重要になる。

(6) 数直線の指導の改善

① 矢印の出発点の指導

図1のような誤りがみられたので、矢印を「1」から出すことを児童と確認した。数直線にあらわしてよい関係は、問題文に提示される2つの数量が比例しているときである。比例関係を式に表すときは「1」から出すことが前提となる。今後の数直線の指導においては、特に「1」の部分大切に、「1から矢印が出ることを」児童に、はっきり捉えさせることが指導のポイントになると考えられる。

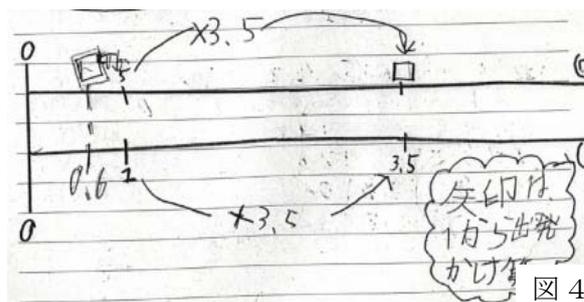


図4

② 矢印を左向きに書く指導

図2、図3については、「乗数が純小数のかけ算」の時に、矢印が左向きにも出ることを、考えさせて指導する必要がある。かけ算は比較量が基準量より大きくなるといった概念を児童は持っている。これを取り上げながら、割合を示す下の数直線の大小関係に注意させ、割合と比較量を1より左側にかくことで、矢印が左向きに出ることを丁寧に指導すべきであると考えられる。

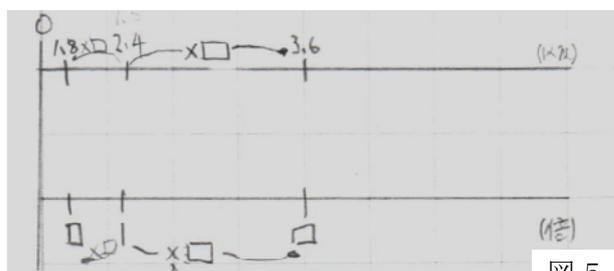


図5

③ 指導の改善に関する考察

図1から図3のいずれも、問題に純小数が出てくる問題である。このときには、出てくる数値の大小関係と矢印の向きに注意して、指導していく必要がある。純小数が出てくる問題は教科書においてもたびたびある。1回の指導だけでなく、繰り返しおこなうことで、正しい数直線がかけるようになっていくと考えられる。

(7) 指導後の児童の数直線の習得状況

上記のような指導により、児童は上記の誤りを修正し、全員が正しい数直線がかけるようになってきた。

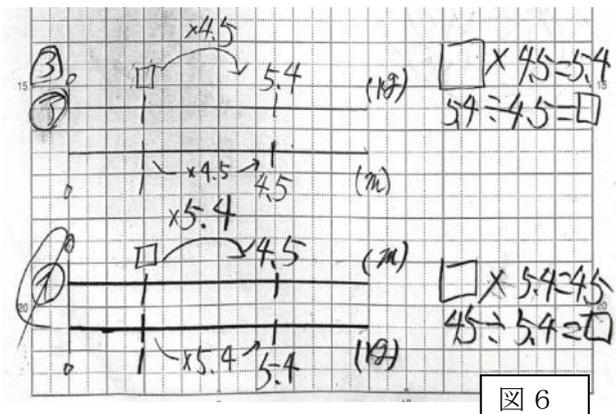


図 6

例えば「4.5mの重さが 5.4kg の鉄の棒があります。ア、この鉄の棒 1 m の重さは何 kg ですか。イ、この鉄の棒 1 kg の長さは何mですか。」といったとき、ほとんどの児童が図 6 のように数直線を書き、乗法の式から除法の式を導いている。

さらに、単元の章末にある乗除法をまとめて扱っている問題、例えば「デパートのビルの高さは 25m です。タワーの高さは、デパートの高さの 1.6 倍あります。タワーの高さは何mですか。」を例にあげる。

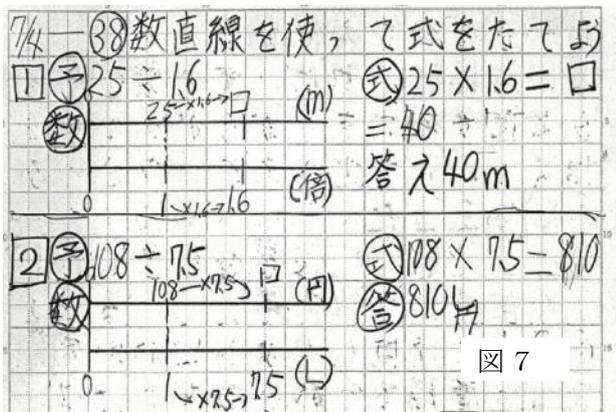


図 7

この学習では、問題文を読んだ後に、すぐ式を予想し、その後、数直線をかいて立式するようにした。図 5 にみられるように、この児童は問題文を読んだ直後に式は、 $25 \div 1.6$ という予想を立てていた。割り算の式を立てたのは、小数の割り算の学習の後だからだと思われる。しかし、その後、この子は数直線をかき、正しい式を立てた。また、「1 L 108 円のガソリンを 7.5L 入れました。代金はいくら

ですか。」という問題においても、同様の傾向がみられた。しかし、数直線を書くことで正しい立式をすることができた。

以上のように、児童は問題文に比例関係を見つけたとき、数直線を正確に書き、数直線から正しい立式をすることができるようになってきた。

(8) 指導後の児童の感想

小数の乗除法の指導の中で見られた感想は以下のものがあつた。

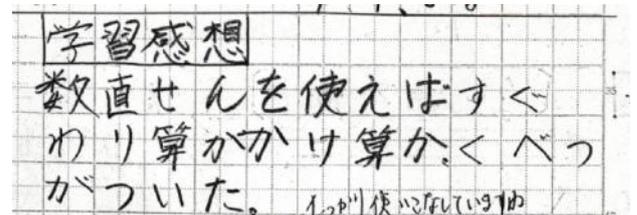
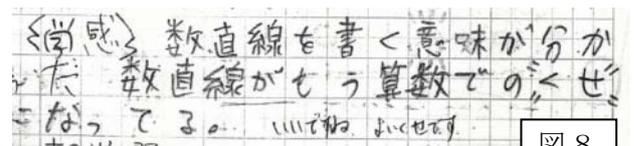


図 8



児童は数直線により乗法か除法かを判断している様子が見られ、さらに数直線を理解し、これを書くことで問題解決ができることを、よいと感じているようである。

小数の乗除法の単元終了後にも数直線を通して小数のかけ算わり算を学んできた感想を書かせた。

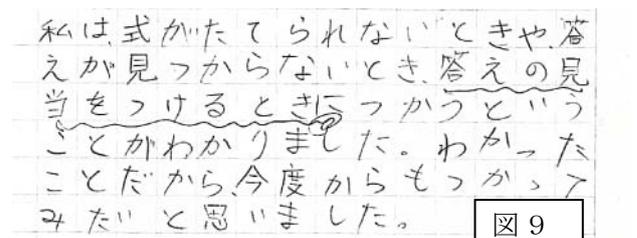


図 9

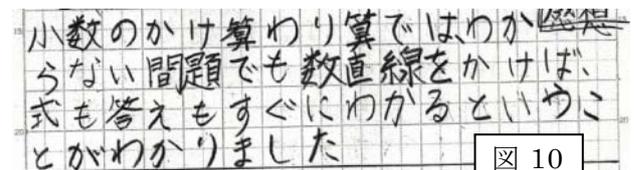


図 10

今まで小数のかけ算わり算を
してノートをおかえしぼくは
わり算かけ算をやる時、数
直線を書くところをやりやす
く思いました。
だからこれからもよくわか
なくな、たう小数のかけ算わ
り算た、たう数直線をつか
てやりたいです。

図 11

図 9 のように、数直線は答えの見当をつけられる道具であることに気がついていたり、図 10 のように、演算決定のための大変便利な道具であると書いていたりする児童もいた。特に図 10 のように、演算決定のための便利な道具であるという趣旨で書いている児童は多かった。さらに、図 11 のように、数直線のよさを感じ、今後も数直線を使っていきたいといった感想も多く見られた。

4 小数の乗除法指導後の数直線の活用

小数の乗除の指導後も児童は数直線を使って様々な問題解決をしている。

(1) 「単位量あたり大きさ」での活用

例えば以下のようなものである。

「みどりさんの学校の児童数は 740 人で校庭の面積は 1 人あたり 21 m² です。

- ・校庭の面積は何 m² ですか。
- ・来年は児童数が 20 人減る予定です。来年の 1 人あたりの校庭の面積はおよそ何 m² になりますか。」といった問題の時、下の図のように、数直線を使って解決している。

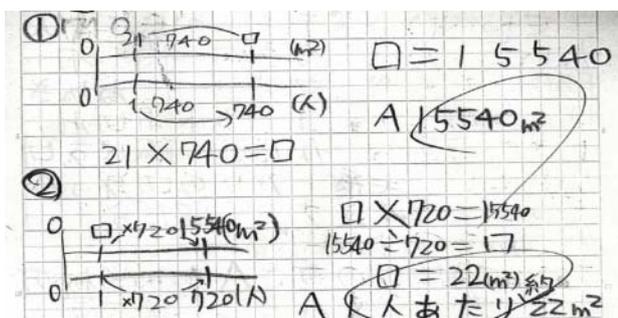


図 12

さらに、「ガソリン 1 L あたり 7.5 km 走る自動車と、12 km 走る自動車があります。同じ道を 270 km 走りました。使ったガソリンの差は何 L ですか。」といった問題の時も下の図のように、数直線を使って解決している。

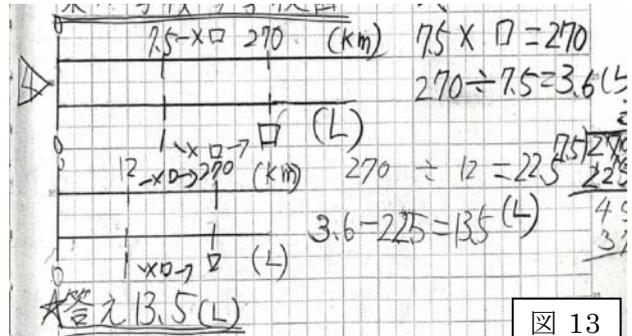


図 13

この問題では、乗法から除法にして解決している様子が見られる。

(2) 「分数倍」での活用

例えば以下のようなものである。

「あきらさんの家から駅までの道のりは 3 km です。図書館までの道のりは 4 km です。病院までの道のりは 2 km です。駅までの道のりをもとにすると、ほかの建物までの道のりはそれぞれ何倍ですか。」といった分数倍の問題でも、下の図のように小数の乗除法で学んだ数直線を生かし、分数にも使っている様子が見られる。

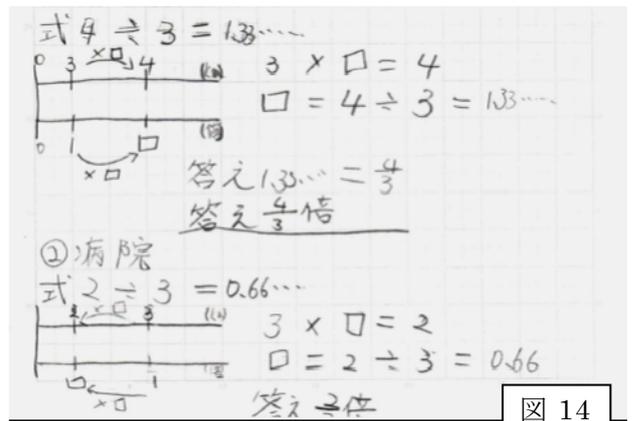


図 14

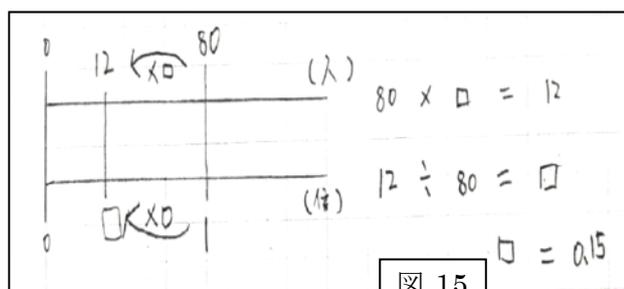
(3) 「割合」での活用

例えば以下のようなものである。

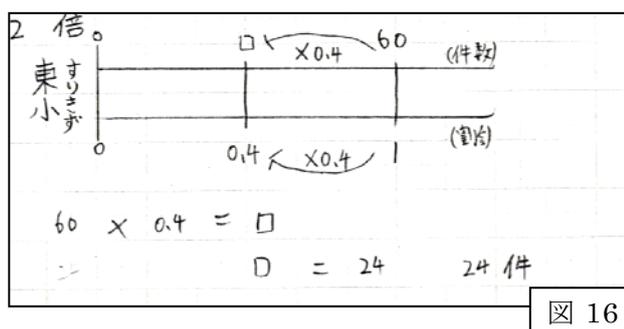
「みどりさんの学校の 5 年生の人数は 80 人で、サッカークラブに入っている人は 12 人です。5 年生の人数をもとにしたサッカーク

ラブの人数の割合を求めましょう。」

これは、教科書に例題として載っている問題だが、児童は教科書を開くことなく、さらに、割合を求める公式である「割合=比べられる量÷もとにする量」を使わなくても、自ら数直線を書き、以下のように問題解決している。



つぎに割合が示されたうえで比べられる量を求める問題である。子どもたちは正確に数直線をかき、2本の数直線の中に帯グラフをイメージしていることが見受けられる。



5 成果と課題

小数の乗除法において数直線を学習したことで、比例関係にある問題解決の際には、児童は数直線を正確にかき、それを活用して、容易に立式するようになった。宿題のプリントにおいても、プリントの余白部分に数直線をかき、立式をしている児童が見られるようになった。その後の比例関係を扱う授業でも、数直線によって式が立てられるおもしろさや数直線によって立式の根拠を説明できる楽しさを感じていることが見受けられる。児童は数直線の有用性を感じているようである。

その後の数直線の活用においては、5年生で難しいと言われる「単位量あたり」と「割

合」の学習でいかすことができた。磯部(2011)は全国学力・学習状況調査の割合の問題では、調査が始まって以来、変わらず通過率が低いことを述べている。この難しい単元でも数直線が有効に使えることを感じた児童は問題を解決する時にも数直線をかき、問題を構造的にとらえられると思われる。このように、5年生の児童に、数直線を正確に書けるようにすることによって、多くの単元で数直線が活用できることは大変有効であった。

課題としては、数直線図自体を児童が考えられるようにしていくことである。本研究では数直線図の表示の仕方を5年生の1学期に教師が教えている。本来ならば、3年生までに乗除法の問題をテープ図などで構造的にとらえさせ、それに慣れさせる。そして、4年生で小数倍を教える時点で、数直線図を児童の意見から作らせる。そして5年生につなげていくのが理想だと考える。そのような数直線図の児童による発展のさせ方についてはさらに研究していく必要がある。具体的には、学校全体としての数直線を含めた図の取り組みである。そして2年生以降で考えさせるテープ図の指導の仕方。さらに4年生時で数直線を考えさせる教師の問いなどである。

6 今後の指導について

今後の活用としては、「～の長さは～の何倍ですか」など「1」を示す量が具体的に書いていない文章題の中で「1」と見なすものを見つける方法をさらに学ばせていくことである。特に割合の問題については、「1」と見なす量が書かれていない。また、

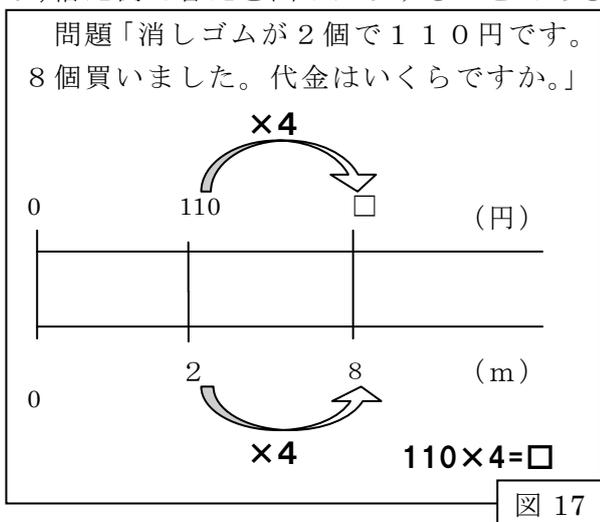
①今年の児童数は、5年前の80%で560人です。5年前の児童数は今年より何人多いですか

②10年前の児童数は、今年の140%にあたります。10年前の児童数は、今年より何人多いですか

といったように基準量が問題によって変わ

るものもある。このような問題をおこなっていくことで、児童が基準量を的確に捉えるようにしていきたいと考えている。基準量さえ見抜ければ数直線によって解決できる。

また、図 17 のような「1」とみなす量が書かれていない問題においても、比例関係を示す 2 つの量が示されていれば、数直線上の矢印が右や左へいくことで、基準量を求めたり、倍比例で答えを出したりすることである。



7 今年度の数直線指導を通して

1 年間を通じて、数直線指導をおこなってきた。この指導によって、児童が数直線を使いこなせるようになった。有用性を感じている児童も多い。しかし、算数科の大きな目標である「数学的思考方を育てること」については、さらに自分自身が学び実践していくことが必要である。これまで、私が指導してきた数直線指導を様々な場面で提案したり、文献を読んだりする中で、本来の数直線を指導する意味が明確になってきた。

乗数が整数の時は同数累加が積を出すことができる。しかし、乗数が小数になると、同数累加の考え方で積が求められない。「 80×2.3 」は 80 を 2.3 回足すとは言えない。そこで、意味を拡張して、80 の 2.3 倍とみることが必要となってくる。そのような意味を児童に理解させるのに必要なものが数直線である。

このことについては中村（1996）が詳しく述べている。さらに数直線は 4 年生までの乗数が整数の時も扱うことができ、これまでの学習を包含して考えることができるのである。

数直線指導の本来の意味は既習事項を包含しながら、意味を広げるときに、児童にわかりやすい道具となることである。

算数数学は既習から算数をつくり、広げていく教科である。そこで数学的に考え、それを発展させていく姿勢を数直線指導も含めて、教科の特性として児童に今後、学ばせたいと考えている。

引用参考文献

- ・藤井齊亮ほか(2011)「新しい算数 5 上・下」東京書籍出版株式会社
- ・早川健(2010)「発見・創造する子どもを育てる算数科の教材研究Ⅱ」山梨大学教職大学院、理数学習教材開発論
- ・磯部年晃(2011)「全国学力・学習状況調査から明らかになった割合に関する指導の課題と展望」日本数学教育学会第 93 号第 12 号 P22-P30
- ・金井寛文(2002)「割合に関する児童・生徒の理解の実態についての一考察」日本数学教育学会会誌第 84 巻第 8 号 P3-P13
- ・中村享史(1996)「小数の乗法の割合による意味づけ」日本数学教育学会会誌第 78 巻第 10 号 P7-P13
- ・杉山吉茂(1986)「公理的方法に基づく算数・数学学習指導」東洋館 P218~230
- ・田端輝彦(2010)「分数の乗除法の意味指導に関する一考察-比例関係を顕在化させた指導を通して-」第 43 回数学論文発表会論文集 P121-P126