

見方・考え方を育てる数学科の授業実践

—中学校 2 年「平行と合同」に着目して—

M18EP014

森實 高毅

1. 問題の所在と研究の目的

(1)研究の動機

学部時代に単位取得済みの初等数学科教育学を聴講し、教師の力量(授業力,教材理解)不足を感じ、勉強をしなければと思い教職大学院へ進学した。進学後の研究テーマに関しても試行錯誤したが、最終的に生徒の問題解決時にどのような過程を辿っているのか、答えが原則1つでも過程は様々あって良い数学ならではの特徴に興味をもつと同時に、過程が数学的な見方・考え方に繋がってくると考えた。

(2)数学的な見方・考え方

中学校学習指導要領では、昭和33年の目標に「数学的な考え方や処理のしかたを生み出す能力を伸ばす」と記されてから昭和44年まで「数学的な考え方」が表出していた。しかし、数学的な考え方が強調されすぎてしまい、基礎的な知識・技術の指導がおろそかになってしまったことから、昭和52年の中学校学習指導要領から「数学的な考え方」という文言がなくなったと言われている(齊藤ら2000)。平成元年、10年の中学校学習指導要領では「数学的な見方や考え方のよさを知り」という文言になっている。しかし、中学校学習指導要領解説数学編には、よさについては触れられているが、数学的な見方や考え方とは何か具体的に述べられてはいなかった。平成29年の中学校学習指導要領解説数学編で初めて「数学的な見方・考え方」とは「事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的・発展的に考えること」と明記されている。

(3)問題の所在

平成29年の中学校学習指導要領の目標には「数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。」と記されている。「数学的な見方・考え方を働かせ」と書かれているが、働かせるためには、数学的な見方・考え方が十分に育まれていなければ、働かせることが難しいことは言うまでもない。そこで私は、「数学的な見方・考え方の育み方」とは何かについて問題視し、研究を進めた。

(3)研究の目標

- ①何が生徒の数学的な見方・考え方を育てるのかを考え、それをを用いて実践すること。
- ②①を通して得られた成果、課題を明確にすること。

2. 研究の方法

- (1)対象校：山梨県内の公立中学校(以下 A 中と表記)
- (2)期間：2018年5月末～12月末(週1回)
- (3)対象生徒：第2学年生徒(133名)
- (4)実施方法：参与観察, 授業実践
授業実践の単元「平行と合同」
(新編新しい数学2/東京書籍)
授業実践期間
9月27日～11月1日(週1回)

3. 研究の内容

何が生徒の数学的な見方・考え方を育てるのかについて、授業実践, 研究授業の概要について記していく。

(1)学習プリントの工夫(2枚使用)

図1の学習プリント(以下図1)は自分の考えを書く時に使用し, 図2の学習プリント(以下

図 2)は他者の考えを書く時に使用した。図 1 の役割は自力解決を通して見通しを立てること。図 2 の役割は自力解決では見いだせなかった他者の考えをグループ活動，全体共有を通して説明し合う。そうすることで，数学的な見方・考え方が育まれることを，教師だけでなく，生徒も確認することができる。

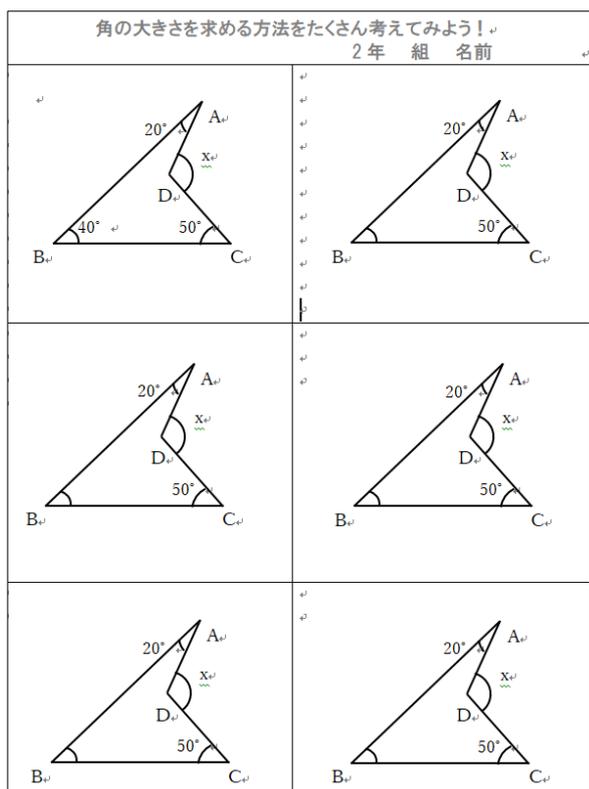


図 1 学習プリント(自身の考えを書く)

また，筆者が生徒に，学習プリントを通して「自分で求めた中で一番分かりやすいと思ったものに黒丸，みんなでやって一番分かりやすいものと思ったものに赤丸をつけてください。」と指示を出すことで，生徒個人内での変容を生徒は感じながら，また，他者の介入により，生徒の数学的な見方・考え方が育まれると考えた。

2 枚目の右下の空欄は，上記のくさび型の $\angle X$ の大きさを求める際に， $\angle A = \angle a$ ， $\angle B = \angle b$ ， $\angle C = \angle c$ とした時に， $\angle X$ と $\angle a$ ， $\angle b$ ， $\angle c$ の関係性を一般化するために設けた。

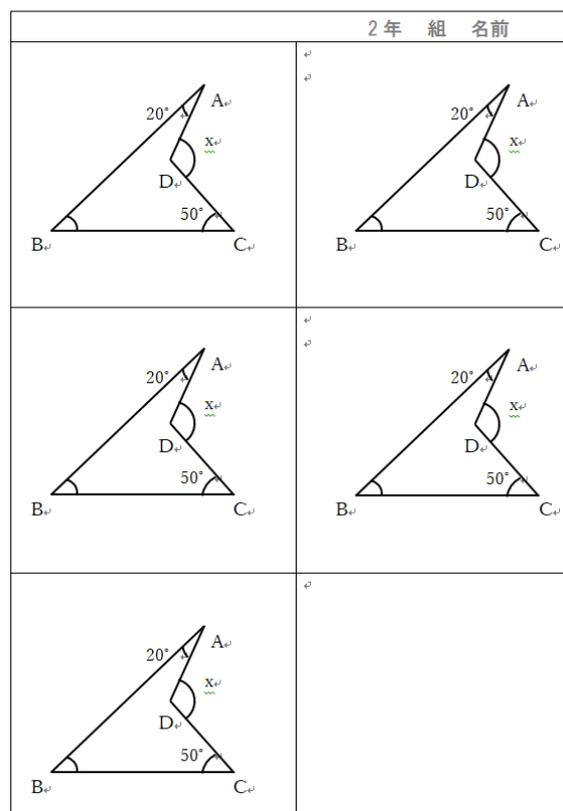


図 2 学習プリント(他者の考えを書く)

(2)学習感想を利用した教師の働きかけ

A 中学校において筆者は 2018 年 6 月上旬から学習感想を導入させていただいた。当初は，筆者が「授業の感想や，今日のポイントを書いてみよう。(図，式，表，グラフなどを使って書いても OK)」という文言で生徒に感想を自由に書かせていた。しかし，黒板に書いているまとめをそのまま写していたり，「今日は〇〇をやった」など活動を書いたりする生徒が多く見られた。当初は書くことに慣れるということも目的としていたが，上記のように書くだけでは，数学的な見方・考え方は育たないと筆者は考えた。そこで，10 月中旬から生徒に書く内容を指示する回を設けることを考えた。指示の具体例として「本時の主題となる問題に対して自分はどのように考えていたのか」，「自力解決時，グループ活動・全体共有それぞれで自分にとっていいと思う考え方が挙げられる。そういった指示を通して，生徒の個人内での変容を目に見える

形で残すことができる。

(3)授業実践の概要

単元の指導計画

「平行と合同」(全 17 時間)

1 節：説明の仕組み

- ・多角形の角の和の説明(2 時間)

2 節：平行線と角

- ・平行線と角(4 時間)
- ・角の大きさを求める方法を考えてみよう(4 時間)

筆者による授業実践はここまでだが、本来「平行と合同」はこの後、第 3 節：合同な図形と続いていく。

(4)研究授業の概要

日時：2018 年 11 月 1 日(木)6 校時

単元名：「平行と合同」

本時の授業：「角の大きさを求める方法を考えてみよう」(3/4 時間目)

本時の目標：くさび型の角の大きさの求め方を、補助線や根拠となる図形の性質を明らかにして、様々な方法で説明できる。

表 1 研究授業における数学的な見方・考え方

本時における 数学的な見方	本時における 数学的な考え方
与えられた問題に対して、既習事項を使って(三角形を見出すために、平行線を引くために)補助線を引き、引くことで新たに生まれた角を眺めてここここは図形の性質の何かが使えそうだと捉え、角と角の関係(視点)で問題を捉える。	既習の図形の性質(考え方)を用いて筋道立てて説明していく。さらには、思考の過程を意識する(自力解決で見通しをもつことや、グループ活動やクラス全体で自身が考えた求め方を説明していく)ことで、生徒の考え方を育てていく。

4. 研究授業の分析

(1)~(5)は生徒の視点、(6)、(7)は教師の視

点で分析をしている。

(1)学習プリント

学習指導案には記載していないが、学習プリントにおいて筆者は生徒に「自分で求めた中で一番分かりやすいと思ったものに黒丸を、みんなでやって一番分かりやすいと思ったものに赤丸をつけてください。(T99, 100, 102)」という指示を出した。すると、生徒 32 人中、27 人が、黒丸赤丸が別の求め方になっており、内 3 人が同じ求め方であった。(2 名無記入)つまり、27 人がグループ活動や全体共有の中で気づきがあり、3 人は色々な方法を聞いた上で、「自分で求めたこの方法が良かったのだ」という気づきがなされていることが予測できる。ということから、他者の介入により、数学的な見方・考え方が広がったと言える。

また、取り扱いが難しい例として図 3 の考え方が挙げられる。凹四角形の内角の和が 360° だとして求めている方法である。これは中学校段階では考えないことにすると教科書にも明記されていたが、誤答ではないので、どう扱うべきかと授業中考えながら、結局は触れずに終わってしまった。筆者が仮に授業中この解法を扱うとした場合、生徒には「扱わないものだよ。」と前置きをしつつ、凹四角形の内角の和が 360° であることをしっかり説明できれば、数学的な見方・考え方を広げる可能性を秘めているとも言える解法なので、簡単に触れておいても良かったと考える。

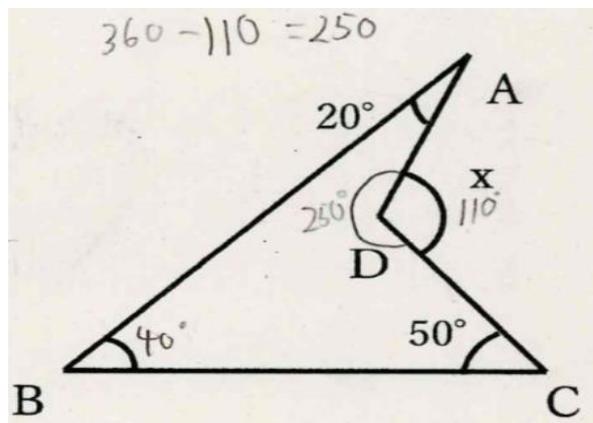


図 3 生徒 A の学習プリント

また、生徒の学習プリントをまとめたところ、多種多様な根拠を基にして色々な説明（全部で25種類）をしていたことが学習プリントから読み取れた。1つの問題に対して解法は決して1つではないということが示されている。

(2) プロトコルと学習プリント

研究授業時におけるグループ活動の中で他者の説明を聞くことによって、生徒Bが「あっほんただ。(S9)」と発言している。

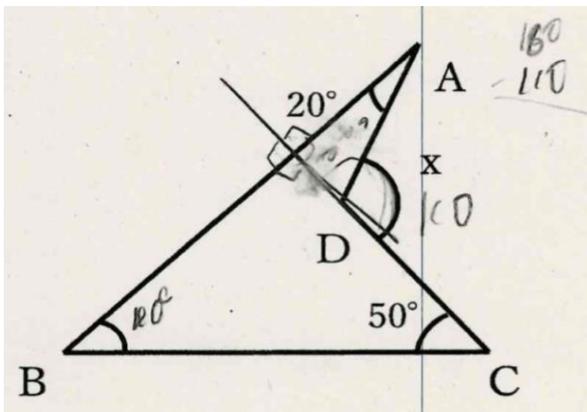


図4 生徒Bの学習プリント(2枚目)

プロトコルをと学習プリントから、生徒Bにとって数学的な見方・考え方が育まれている場面であると考えられる。

(3) 学習感想

研究授業において、筆者は生徒に「1人で考えていいなあって思った方法と、みんなで考えていいなあって思った方法、要するに分かりやすいなあって思った方法を、書いてみてください。」と指示を行った。まず筆者が理想とする学習感想の実例を挙げる。

生徒Cは、個人と他者それぞれにおいて良いと思った方法(図)を書いた上で、どうして良いと思ったのか理由(a等文字を使う発想はなかった)を書くことができています(図5)。理由を書くことにより、数学的な見方・考え方がどのように育まれているのか、生徒は感じることができる。このような感想を書くことができていた生徒は32人中18名であった。一方、生徒Dは、筆者が指示したことに対し

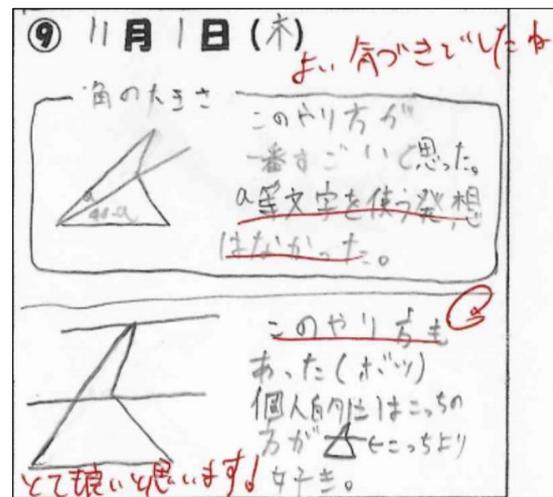


図5 生徒Cの学習感想

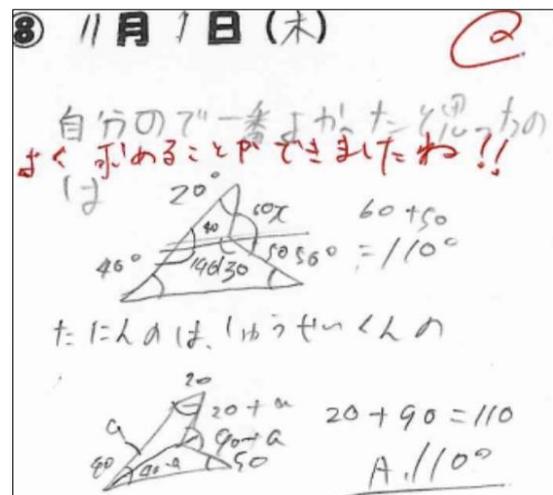


図6 生徒Dの学習感想

て忠実に感想をかいている(図6)。しかし、理由を書くことができていないので、どうして良いと思ったのか、生徒は時間が経過し見直すと分からなくなる可能性があります。また、教師は見とることができない。このような感想を書く生徒が32人中6人いたが、どの生徒にも共通して「数学が苦手であること」が分かった。筆者は「理由も書くように。」と指示を出さなかったが、出すことができていれば、生徒は良いと思った理由を書いてくれた可能性がある。なので、筆者による指示は一部失敗してしまったものの、数学が苦手な生徒に対して、書く内容を指示することは有効であると考えられる。

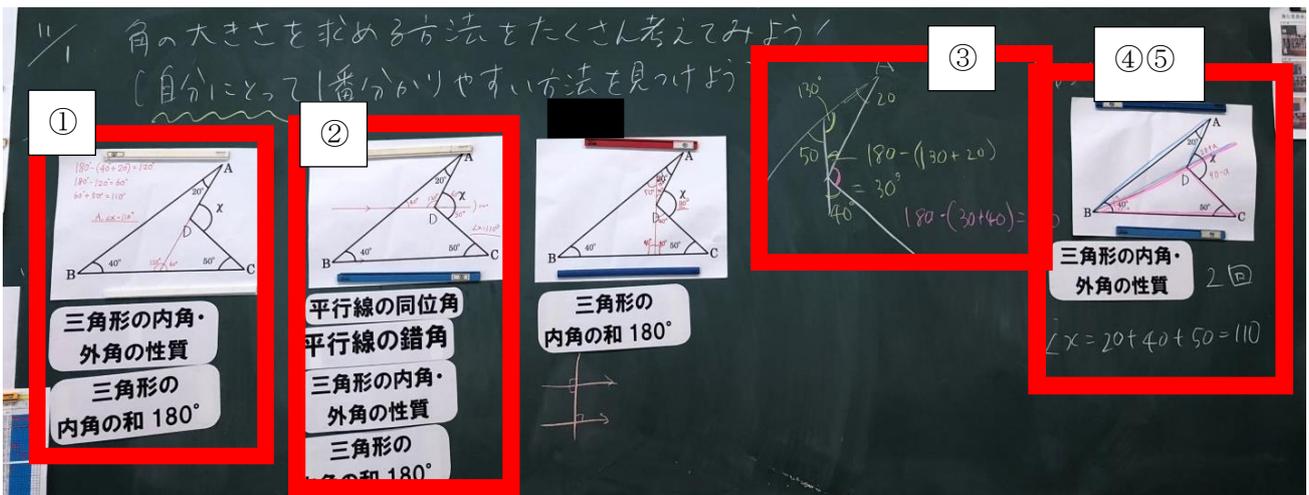


図7 研究授業の板書

表2 図7の詳細

プロトコル/ 板書番号	生徒名	内容
S31,32/①	生徒 E	三角形の内角, 外角の性質を全体で共有(1回目)
S49/②	生徒 C	自身の考え, 生徒の発言を踏まえた考えを共有(2回目)
S77~87/③	生徒 F	①②で得た数学的な見方・考え方を使って説明している(3回目)
S91/④	生徒 F	4回目の共有
S96/⑤	生徒 G	S91の言い直し(5回目)

(4)板書とプロトコル

図7, 8のように計5回, 三角形の内角, 外角の性質(外角はそれと隣り合わない内角の和に等しい)が全体で共有されている。数学的な見方・考え方が全体共有を通して発揮されている場面と言える。

(5)プロトコルと学習感想

S91~105で $\angle ABD$ を $\angle a$ と表すことで, $\angle CBD=40^\circ - a$ と表した場面で, 角を文字で表せたこと(数学的アイディアの共有)が本授業における生徒たちの一番の驚きであったと言える。それが実際学習感想にも如実に表れており, 32人中17人が学習感想で「角度を文字でおくこと」について触れている。その一例を図8に紹介する。

(1)~(5)の成果・課題の背景に, 筆者は研究授業中に何をしていたのかプロトコルを通して分かった視点を(6), (7)に記す。

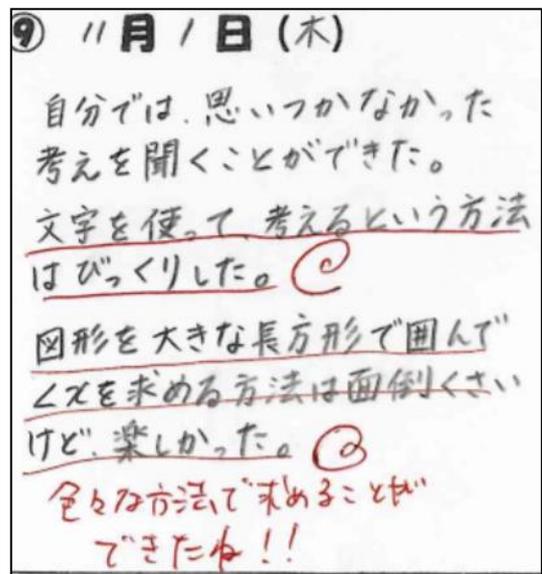


図8 生徒Hの学習感想

(6)教師による生徒への問いかけ

まず, 筆者の問いかけを分析する枠組みを中村(1993)の「問いの種類」で設定する(図

9)。

問いの種類	具体的な問いかけ
既習事項を問う	「今まで学習してきたことの何が使えるか」
他の方法を問う	「他に考えられないか」「他によい方法はないか」
根拠を問う	「なにをもとにしているのか」「どうしてこうなるのか」
共通点、類似点を問う	「どの方法にも言えることは何か」「この方法と似ていることは何か」
相違点を問う	「AとBの違いは何か」
一般性を問う	「いつでもできるか」「もっと簡単に表せないだろうか」
発展性を問う	「どこまでできるか」「何かを変えても、変わらないことは何か」
よさを問う	「この方法のよいところは何か」

図9 中村享史(1993)自ら問う力を育てる算数授業—新しい学力観と教師の役割— pp.13-16 から筆者が図式化

筆者の発言に以下のような生徒への問いかけがあった。

表3 筆者の問いかけ

プロトコル	発言内容
T22	もっと簡単に説明できるよって人
T26	これって図形の性質の何を使ってますか
T35	他に何か使って求めていますか
T44	まだありますか
T49	どうやって求めた

これらを問いの種類で捉えると、研究授業中の筆者の問いかけの多くは「他の方法を問う」、「根拠を問う」であることが分かった。

それと同時に、他の方法や根拠を問うことによって育つ力や態度を中村(1993)は表4のように述べている。

表4 中村享史(1993)自ら問う力を育てる算数授業—新しい学力観と教師の役割— pp.13-16 から筆者が図式化—

問いの種類	育つ力・態度
他の方法を問う	答えが出たら終わりではなくそこから始まるという学習観
根拠を問う	違った方法や考えを認める態度

これは本時の目標である、「くさび型の角の大きさの求め方を、補助線や根拠となる図形の性質を明らかにして、様々な方法で説明できる。」を達成するための大きな支援となり得るので、筆者が行っていた問いかけは目標達成ために行われていたものとして評価することができる。しかし、本研究ではこの問いかけを通して上記の学習観や態度が育ったと確証づけるデータがとれなかった。また、こういった問いかけを教師が投げかけ続けることにより、生徒が「自分自身を問う力」を育てることができると考えられる。

逆にすべきではない問いかけがあると松山(1980)は以下のように述べている。「二者択一的な問いかけは、発展性がなく、児童の多様性のある考えが期待できない。」筆者も同授業において二者択一的な問いかけがあった。

表5 筆者の二者択一的な問いかけ

プロトコル/ 発言時間	発言内容
T95/ 43' 28"	ここ絶対 20° 20° っとなる保証ある
T98/ 44' 02"	これは偶然ですか、必然ですか

50分授業で終盤と言うこともあり、教師がまくし立てている様子がプロトコルを通して明らかとなっている。

(7)生徒の理解をより深めるための教師による配慮

中原(1995)は「数学的な見方・考え方を育成するためには、異なる表現様式間において変換する活動と、同じ表現様式内で変換する活動が有効である」と述べている。

研究授業では、同じ表現様式内で変換する活動(友達が説明したことを、自分の言葉で言い換える(言語的表現内)活動)が授業中4回行われていた。その4回の内、1回分をプロトコルにて紹介する。

表6 研究授業におけるプロトコル(一部抜粋)

S25	えーと、40と、ん。4、ん。180—40と20を足した、ん。40と20を足せば60、ん。それを、ん。それを、ん。ん。180—(40+20)を引いて120になってここが求められて、で、180—120が60になって、60+50をひやくはち…ん。あ、足せば110°になります(生徒I)
T17	はい。ありがとうございます。拍手をしてください。
	(生徒の拍手)
	(中略)
T22	(略)と説明してくれました。これってもっと簡単に説明…さっきしてくれたんだけど、もっと簡単に説明できるよね。どういうふうに説明しますか。もっと簡単に説明できるよって人。じゃあC7
S30	えっと出ますか。(生徒E)
T23	前に出てきて説明しやすいんだったら、前に出てきてもらって…
S31	えーと、120°を、こことここ足して、180—…引くよりも、40+20をすれば、すぐに60が出る…出ます。はい。(生徒E)
T24	そして。
S32	そして、60+50でここが求められます。(生徒E)

T25 はい、ありがとうございます。

生徒Iが図形の性質「三角形の内角の和が180°」であることを利用して説明した後に、筆者による問いかけを行った(T22)。そこで生徒Eが図形の性質「三角形の内角、外角の性質」を利用して説明している。そこから、補助線の引き方は同じでも、 $\angle X=110^\circ$ となることを、筆者による問いかけを挟むことにより、生徒の理解を深めただけでなく、図形の性質「三角形の内角の和が180°」を用いた方法と、「三角形の内角、外角の性質」を用いた方法を同一視することができたと言える。

また、S25の発言をした生徒Iの学習感想を見ると、上記の内容に触れており、「三角形の内角の和が180°」であること、「三角形の内角、外角の性質」を同一視した上で、「三角形の内角、外角の性質」を用いた方がすぐに求めることができると述べていることから、筆者の問いかけ(配慮)により、生徒Iの理解をより深めることができたと言える。

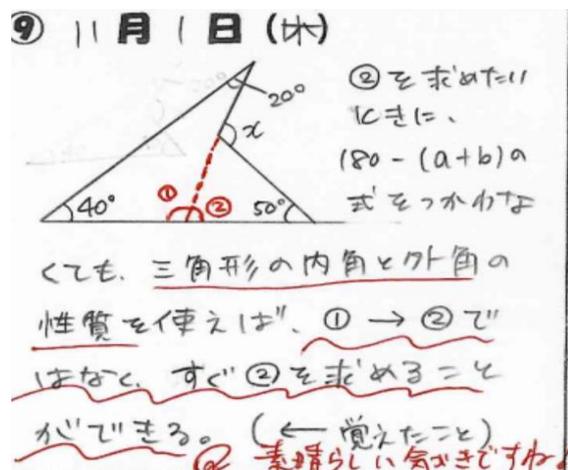


図10 生徒Iの学習感想

5. 考察(成果と課題)

(1)学習プリント

他者の考えを書きことができる学習プリントを用意することにより、生徒が個人解決では得られなかった数学的な見方・考え方を育む(が広がる)手助けとなった。

(2)学習感想

数学的な見方・考え方を育てるために、学

習感想に書く内容を、意図をもって指示することは、特に数学が苦手な生徒に対して有効であることが考えられる。

(3) プロトコル

プロトコルをとることにより、筆者による問いかけや、筆者による生徒の理解を深めるための働きかけが明確となり、今後の授業でも意識するきっかけとなった。しかし、中村(1993)の言う教師による問いかけにより育つ力や態度にある内容が実際に育まれていくのかどうかについては、データが取れなかったため、これからの課題となる。

(4) 研究授業の対象の狭さ

本研究の進行にあたって、研究授業対象をくさび型の角の大きさを求めることに限定してしまったことは大きな課題である。「数学的な見方・考え方を育む」という視点から振り返ると、同授業だけではなく、その前後で取り組んだ「平行線の角の大きさ」や「星形五角形の角の大きさ」を求める授業も研究の対象とし、分析をしていくべきであった。数学的な見方・考え方がどのように育まれているのかを検証するために、教材の統合を図り、それらを研究成果として残せていたはずであった。

(5) タイムマネジメント力の不足

授業時間 50 分の見通しが甘く、「取り扱いきくい例の全体共有」や「本時における一般化」ができず、授業終盤に二者択一的な問いかけをしてしまった。同課題に関しては、来年度も引き続き課題として認識し、解決に向け教材研究を深めたいと考える。

(6) 「自己への問いかけ」の理解不足

本来研究内容に盛り込んでおきたかった「自己への問いかけ」が上手く働かせることができなかった。上手く働かなかった要因として、中村(1993)が述べているように、「生徒に問う力を育てるときは、まず教師が自ら問いを構成することが前提である。」ということが挙げられる。この問いかけを教師が日常的に

意識して生徒に投げかけ続けることにより、自己への問いかけが少しでも円滑に働くのではないかと考えている。

(7) 8 つある問いの種類

一授業において、中村(1993)が言う「問いの種類」の 8 つの内、どの問いを使うと本時の目標を達成する支援となり、生徒の数学的な見方・考え方をより育成することができるのかを、まず教師が理解を深めなければならない。

6. 引用文献

- ・ 中原忠男(1995)算数・数学教育における構成的アプローチの研究/聖文新社
- ・ 中村享史(1993)自ら問う力を育てる算数授業-新しい学力観と教師の役割-/明治図書 pp.13-16
- ・ 松山吉茂(1980)小学算数 指導のコツ/学陽書房 p.193
- ・ 文部科学省(2017)中学校学習指導要領解説 数学編 p.21
- ・ 齊藤玲子, 新田由岐, 長谷川恵(2000)算数・数学における学力低下について/学習指導要領資料
<http://www.koshigaya.bunkyo.ac.jp/~shirai/sh/sansuu00/04/shiryuu4-9.pdf>