

# 「拡大図・縮図」における概念理解と作図に関する

## 児童の困難性の分析

M15EP013

長野 楓

### 1 研究の意義及び目的

文部省の『図形の指導』に、「作図することによってその図形の概念は一層高められることになる。」(文部省, 1983)と書かれているように, 作図は, 図形概念の理解をより深く確かなものにしていく手段として有効である。小学校段階において, 作図を通して図形概念の理解を深めることは, 論証指導が中心となる中学校の図形指導へつなげていく上で重要である。

しかし現状では, 作図において手順や方法を手続的に理解している児童が多い。小学校学習指導要領実施状況調査(2015)を見ると, 作図自体の正答率が高いのに対し, 作図の目的や理解についての正答率が低くなっている。これは, 作図が作業的な面を強く持ち, 「なぜそれで頂点が決まるのか」「どうしてその方法で垂直二等分線や角の二等分線が引けるのか」ということを理解していなくても, やり方だけ覚えていれば作図できてしまうからである。

前述したように, 作図の手順・方法の理由を考えることは, その図形の定義や性質といった本質的なものに触れることになる。しかし現状の図形指導において, 児童は, 作図と図形概念の関連を図れていないことが考えられる。

そこで本研究では, 拡大図・縮図の概念理解と作図に焦点をあて, 児童の実態を明らかにする。小学校段階図形指導の最後として置かれている, 拡大図・縮図に焦点をあてることで, 小学校全体における図形指導の実態を明らかにできることが考えられる。さらに, 特に児童のつまずきや誤答の要因を探ることによって, 図形指導への示唆を得る。

### 2 研究の方法

図形における概念形成や作図における理解がどのように行われるのか, 児童の図形理解における困難性にどんなものがあるのかを, 先行研究や国立教育政策研究所が行った調査をもとに分析する。

また, 実習での授業実践を通して児童の記述の経過を分析し, 児童の実態を明らかにする。授業実践の概要は次の通りである。

実習校 : 山梨県内公立A小学校

学年 : 第6学年

単元 : 拡大図・縮図(4/8時)

授業実践: 10月下旬～11月中旬

(観察実習: 5月下旬～12月上旬)

拡大図・縮図の単元において前半4時間(全8時間)の授業を行った。児童の実態の調査として, 教科書の問題を4問(I～IV), それと関連させた全体の集約としての調査Vを行った。これらの記述の経過を分析する。

### 3 研究の内容

#### (1) 技能の習得が重視される作図指導の現状

平成25年度に行われた学習指導要領実施状況調査の拡大図・縮図に関連した問題の結果は図1に示すとおりである。先に述べたように, 技能ではそこまで課題は見られないが, 表1に示す下2つの知識の問題や目的を問われる問題では大きく正答率(44.7%, 69.8%)が下がっている。拡大図・縮図の作図指導は, 5年生で学習した合同な図形の作図と関連させて行われる。そこで5年生の合同に関する問題を見てみると, やはり同じように作図の目的や理解についての正答率(37.2%, 63.2%)が低い。このことから作図指導は, 技能の習

得に重点が置かれ、小学校での作図指導のねらいの1つである、作図によって図形の定義や性質をより深く理解させる指導ができていないことが窺える。

平成19年度の全国学力・学習状況調査における平行四辺形の作図に関する問題の分析結果では、「底辺と向かい合う辺について、平行であることに着目できているが、長さが等しいことに着目できていない」(国立教育政策研究所, 文部科学省, 2008)と書かれている。ここからも作図指導は定義や性質の理解を深めるというよりも、技能の習得に重点が置かれていることがわかる。

これらの調査結果から、技術の習得や定義の理解はできているが性質についての理解は曖昧になってしまっているという児童の実態が見えてくる。

表1. H25 学習指導要領実施状況調査 (6年)

| 学年 | 冊子 | 大問 | 出題のねらい                         | 通過率 (%) |
|----|----|----|--------------------------------|---------|
| 6  | A  | 8  | 三角形の縮図を作図することができる。             | 84.8    |
| 6  | B  | 7  | 長方形の拡大図を作図することができる。            | 90.2    |
| 6  | C  | 7  | 2倍の拡大図の対応する辺について理解している。        | 91.7    |
| 6  | C  | 7  | 2倍の拡大図の対応する角について理解している。        | 95.2    |
| 6  | C  | 7  | 三角形の拡大図を作図するために必要な辺について理解している。 | 44.7    |
| 6  | C  | 7  | 拡大図の作図の目的を考えている。               | 69.8    |

表2. H25 学習指導要領実施状況調査 (5年)

| 学年 | 冊子 | 大問 | 出題のねらい                         | 通過率 (%) |
|----|----|----|--------------------------------|---------|
| 5  | B  | 10 | 合同な三角形の対応する辺について理解している         | 95.3    |
| 5  | B  | 10 | 合同な三角形の対応する角について理解している         | 94.8    |
| 5  | B  | 10 | 合同な三角形を作図するために必要な辺を見つけることができる。 | 37.2    |
| 5  | B  | 10 | 合同な三角形の作図の目的を考えていることができる       | 63.2    |
| 5  | C  | 10 | 合同な三角形を作図することができる              | 85.7    |

## (2) 図形指導の中の拡大図・縮図

### ① 拡大図・縮図の概念

#### a. 外延と内包

図形に限らず、概念にはその外延と内包と呼ばれるものが考えられる。ある概念の外延とはその概念に当てはまるものの範囲(集合)のことを指し、内包とはその概念に当てはまるものが共通にもっている属性(性質)のことを指している。ある図形の概念を理解させるには、その図形の外延と内包をはっきりさせることが欠かせない。

拡大図・縮図における外延とは、あらゆる図形の中から、もとの図形の拡大図や縮図を選択できるということである。内包とはそれらに共通する性質であるから、対応する角の大きさが等しいことや対応する辺の比が等しいことがこれにあたる。

#### b. 図形の基本的な概念

図形の基本的な概念には、図形そのものを扱う対象概念と図形と図形の間、図形に関する量の間の関係としての関係概念がある。拡大図・縮図はこの関係概念にあたる。

### ② 概念が理解される過程

概念に関わる研究は、概念形成と概念達成という2つの立場から行われてきている。松尾(2000)は、概念の理解はこれらの概念形成と概念達成とを相互に行き来しながら、その繰り返しの中で行われ、どちらか一方だけで十分ではないことを示している。

概念形成とは、概念を理解する際、その概念を示す多種多様なものに接しているうちに、それに共通する性質を見つけ、それを有するものだけにその概念の名称を与えることである。つまりは、外延から内包に向かう過程を踏んで概念を理解することになる。

一方、概念達成とは、先に概念の意味を知り、その概念に当たるものを、当たらないものから区別するなかで概念を理解することである。つまりは、内包を吟味し外延を形作る

過程のなかで概念を理解することになる。

概念を理解する2つの側面として、これらを丁寧に指導する必要がある。

③作図の系統性における拡大図・縮図

作図とは、定規とコンパスだけを用いて図をかくことであるが、小学校では方眼紙や分度器を用いて図をかかせることを作図として扱っている。

作図のねらいは、先にふれたように、目的の図形を正確にかくことに加え、図形概念の理解を深めたり、理解した図形の性質を活用したりすることである。『算数教育指導用語辞典』(2004)では、図形概念の理解は、個々の図形を決定する条件をとらえたり、図形の包摂関係について理解したりすることが大事であると書かれている。例えば、三角形の決定条件とは13つの辺の長さ、22辺の長さとその間の角の大きさ、31辺の長さとその両端の角の大きさ、である。拡大図・縮図の授業で行う三角形の作図も、これらの1～3の3つの方法を用いて行う。包摂関係においては、拡大図・縮図では合同が辺の長さの比が1:1の特殊な場合として考えることができる。

表3. 平成20年学習指導要領

| 学年 | 学習内容 (作図)                                                            |
|----|----------------------------------------------------------------------|
| 1  | 方眼紙やドット図を用いて三角形・四角形をかく<br>2点を結ぶ直線をかく                                 |
| 2  | 方眼紙を用いて正方形、長方形、直角三角形をかく<br>直方体、立方体の面の形を写し取る                          |
| 3  | 二等辺三角形、正三角形を定規やコンパスを用いてかく<br>コンパスで円をかくたり長さを移したりする                    |
| 4  | 三角定規を用いて垂直や平行な線をかく<br>台形、平行四辺形ひし形を三角定規を用いてかく<br>直方体や立方体の見取り図や展開図をかく  |
| 5  | 合同な三角形や四角形をコンパスや定規、分度器を用いてかく<br>正多角形を円の性質を用いてかく<br>円柱や角柱の見取り図や展開図をかく |
| 6  | 縮図、拡大図の方眼紙を利用したり、コンパスや定規、分度器を用いたりして相似の位置にかく<br>点対称や線対称の図形をかく         |

小学校における作図指導の系統性は表3に示す通りである。拡大図・縮図は6年生で指導している。方眼紙による作図活動は既に1年生のころから行われ、3年生以降はコンパスや三角定規などの道具による作図指導が行われている。道具による作図指導の中で特に重要なのがコンパスの扱いである。なぜなら、コンパスは円をかく道具として子どもたちに親しまれるが、作図におけるコンパスの役割は同じ長さを移せるところにあるからである。この定着を図っていくことが大切であろう。

(3) 拡大図・縮図における児童の実態

授業実践で行った授業内容と調査問題は以下のとおりである。授業内容は、教科書の展開を参考にしている。また調査Ⅰ～Ⅳは、教科書の問題を参考にプリントで出題した。調査Ⅴは、ほかの調査と関連させた形で全体を集約した問題である。

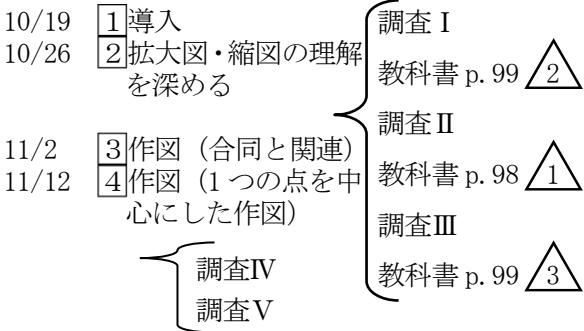


図1. 授業と調査の流れ

①相似概念の理解 (調査Ⅰと調査Ⅴ)

調査Ⅰは、図1に示したように教科書 p. 99△を参考に出題した。児童がどのように問題を解決したのか、その思考過程や解決の



図2. 調査Ⅰ (方眼は1マス5mm)

問2. 下の四角形 EFGH は四角形 ABCD の拡大図といえますか？どちらかに丸をつけましょう。また、その理由も書きましょう。

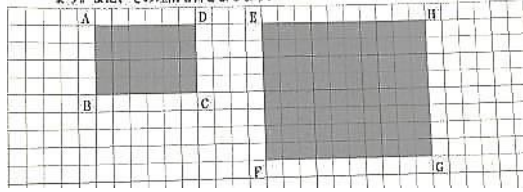


図3. 調査V問2

手だてを知るために理由の記述をさせた。(図2) これに関連して出題したのが調査Vの問2である。(図3) これらの解答を比較しながら、児童の実態を分析する。

#### a. 比を用いて解決を図る児童

辺の比を用いて拡大図であることを説明している児童は3人(児童A, 児童B, 児童C)であった。色を使って対応する辺同士を明確にし、それぞれの比が違うことを説明している。このうちの児童Aと児童Bは調査Vでも比を用いて説明できているが、児童Cは「倍」という表現に変わっている。作図の授業では、具体的に2倍、3倍という表現を用いていたため、それに影響されたと考えられる。

#### b. 辺の和の比で解決を図る児童

正答はできているものの、性質の理解がされていない児童として図4の記述があった。この児童Dはすべての辺が同じように2倍されることは理解できているが、その結果すべての辺の総和が2倍されていれば拡大図と言えるという理解をしている。この児童には、辺の総和が2倍でもそれぞれの辺が2倍になっていない反例を示した。その結果、調査Vではそれぞれの辺の長さを比較して説明することができている。

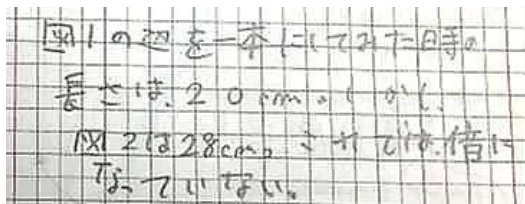


図4. 児童Dの記述

#### c. 関係概念を理解していない児童

正答できなかった児童の中で、概念の理解

がされていない児童として図5の記述があった。この児童Eは「縦と横の長さが2倍」ということを、同じ四角形の中で見ている。拡大図・縮図が関係概念であることが理解されていない。しかし調査Vでは、2つの図形の縦横を比較することができている。

#### d. 性質の理解の曖昧さ

全体を通して課題として見られたことが2つある。1つ目は拡大図の性質として「もとの図を2倍した図」という理解がなされていることである。調査Iにおける児童の記述を見てみると、ほとんどの児童が「2倍されていないから」を理由としている(9/25人)。しかし、この問題では「2倍の拡大図といえますか。」ときいているわけではないため、この理由では不十分である。2つ目は「角の大きさが等しく、辺の比が等しい」という、角と辺の両方に着目して拡大図になる理解が曖昧なことである。調査Iの図形が長方形なので、角の大きさは直角で等しくなることは自明であるため、角について記述していない児童が多くみられた(16/25人)。これは調査Vになるとさらに人数が多くなっている(19/25人)。作図の授業を終えて人数が増加していることから、作図指導における性質の理解を深めるというねらいが達成されていないことが窺える。

#### ②三角形の相似概念(調査IIと調査V)

調査IIは、図1で示したように教科書p. 98△を出題した(図6)。調査Iと同様、理由の記述も求めている。これに関連して出題したのが、調査Vの問3である。(図7) 調査Vは、調査IIでの児童の記述により選択肢を変更している。それは次の点である。

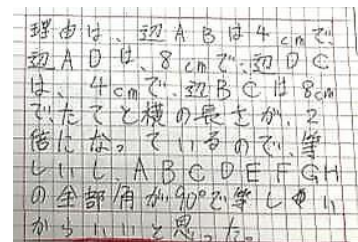


図5. 児童Eの記述



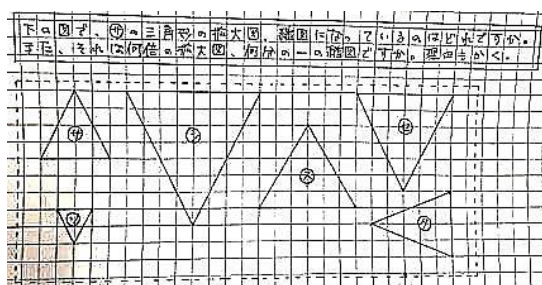


図6. 調査Ⅱ

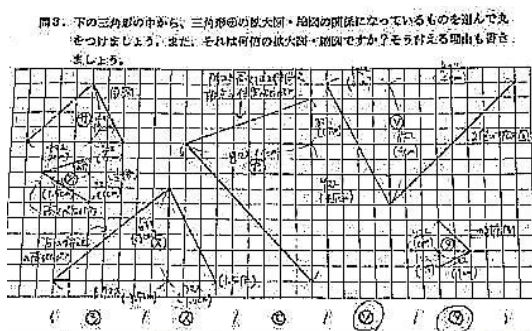


図7. 調査Ⅴ問3

調査Ⅱにおいて、三角形の底辺と高さに着目する児童が多かった。そこで調査Ⅴでは、底辺と高さはもとの図の2倍になっているが頂点の位置をずらした図形④を選択肢に加えた。そうすることで、拡大図・縮図の定義である辺の長さや角の大きさに着目できる児童の実態を明らかにしようとした。また、調査Ⅱで縮図を選択した理由に「小さいから」という記述がみられたことから、調査Ⅴではもとの図よりも小さい図形②③の2つにした。正確に調べることができるのかを明らかにしようとした。

#### a. 図形を調べるときの児童の着眼点

調査Ⅱにおいて、正答しているのはわずか3/25人である。このうち2人は調査Ⅰで比を用いて説明していた前出の児童Aと児童C（以後同じアルファベットは同じ児童を示す）である。もう1人の児童Fは、2倍と1.5倍で倍の仕方が違うという説明をしている。

児童Cは、授業の中で「同じ形で大きくした図」を調べるとき、高さに着目していた。（図8）これが調査Ⅱでも活かされている。しかし、拡大図・縮図は高さではなく辺の長

さや角の大きさに着目しなくてはならない。

児童Cの調査Ⅴの

結果を見ると、一度④に丸を付けてはいるが、そのあと角度を測ることで違うことに気づけている。

調査Ⅴ問3で一度④を選択して消した形跡がある児童は6/25人である。この児童のうち4人は底辺、高さ調べた後、角度を調べることで④が違うことに気づいている。もう1人は底辺を調べた後、斜辺を調べることで気づいている。このことから、図形を調べる際児童にとって親しみやすいのは角度であることがわかる。拡大図・縮図の定義から考えれば、角度は同じであればいいが、辺の長さはすべて同じ比で表せるあるいは同じように倍になっているかを確かめなければいけない。その点で、角度の方がやりやすいからだろう。辺の長さを調べた児童も辺の長さを調べたというよりは、辺が方眼をどのように通過しているかに着目している。

#### b. 図形の性質に関する児童の実態

調査Ⅱにおいて、1.5倍の拡大図を選択できた児童は、3/25人である。正答できなかった児童の中に1.5倍の拡大図を選択できた児童がいなかったのである。これは、調査Ⅰの分析でも述べたように、拡大図の性質として「もとの図を2倍した図」あるいは縮図の性質として「もとの図1/2倍した図」という理解が児童の中に定着していると考えられる。

調査Ⅴ問3で④を選択している児童は6/25人である。このことから、三角形を調べるとき底辺と高さを調べる児童が多いことがわかる。④が違うことに気づいた児童も最初は底辺と高さを調べている。④が2倍の拡大図でなければ角度まで比較しなかった可能性

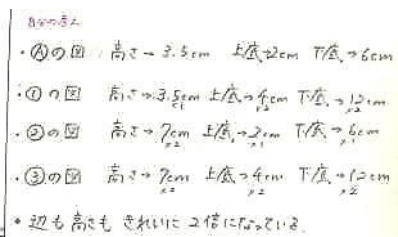


図8. 児童Cの記述

もある。また調査Ⅱ，調査Ⅴ問3ともに底辺しか調べていない児童も見受けられた。方眼紙上にかかれたななめの線に児童の困難性があると考えられる。

### ③作図指導による変容（調査Ⅲと調査Ⅴ）

調査Ⅲは，図1で示したように教科書p.99△を出題した。これは方眼紙上に平行四辺形の2倍3倍の拡大図， $1/2$ 倍の縮図を作図する問題である。これに関連した調査Ⅴの問題は問4で，方眼紙上に与えられた三角形の2倍の拡大図を作図する問題である。

#### a. 理解が曖昧になった児童

児童A，B，Cのうち，児童Bは3倍の作図ができていなかった。図9を見ると，児童Bは作図するにあたりもとの図の $\angle B$ と $\angle C$ を調べている。そのため拡大図・縮図におけ

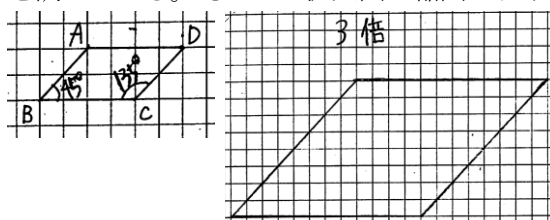


図9. もとの図（左）児童Bの記述（右）

る角は等しいという性質を用いることができている。しかし斜辺の長さを正しく3倍できていない。これまでは提示された図形を調べ，性質との相違を考える問題であったが，作図になると性質に当てはまる図形を作り出さなければいけない。児童Bは2倍の拡大図も何度も線を消した形跡があることから，そこに難しさがあったと考えられる。児童Bの調査Ⅴ問4を見ると，2つの辺とその間の角をもちいて作図を試みている。しかし，角度が間違っているため作図できていない。調査Ⅲと逆転して，今度は角の大きさが疎かになり，辺の2倍はコンパスの長さを移しとる方法でできている。作図の授業を終えて，技術が身に付き，性質の理解が疎かになってしまっていることが窺える。

#### b. 理解が深まった児童

児童Gは，調査Ⅲで2倍，3倍の拡大図が作図できていない（図10）。児童B同様斜辺

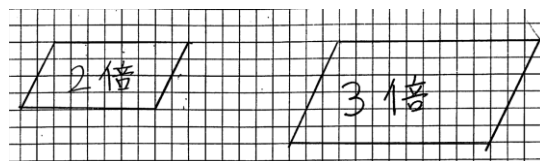
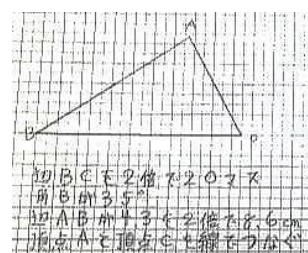


図10. 児童Gの記述

がかけていないが，児童Gは角度をそろえることもしていない。横の辺と縦が2倍，3倍されていることから，辺ではなく縦横が同じように倍されると理解している可能性がある。

また，角の大きさが等しくなることも使っていない。しかし，この児童の調査Ⅴ問4を見ると



（図11），辺が

図11. 児童Gの記述

2倍されること，角度が変わらないことがきちんと理解されていることが窺える。作図の授業を終えて，拡大図・縮図の概念の理解が深まったと考えられる。

### ④相似の位置にある作図（調査Ⅳと調査Ⅴ）

調査Ⅳは，1つの点を中心とした五角形の2倍の拡大図の問題である。ここでは図形の対角線の延長線を用いることで，三角形の1つの点を中心とした作図を利用することができる。これに関連して出題したのが，調査Ⅴの問5である。

#### a. 定義に沿った作図をする児童

児童Hは，調査Ⅳ，調査Ⅴ問5ともに定義に沿った作図を試みている。図12は児童Hの調査Ⅳの記述

であるが，辺CDを延長した後 $\angle D$ を測って辺DEを2倍し， $\angle E$ を測って辺

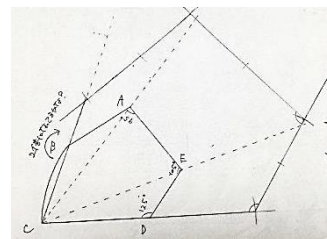


図12. 児童Hの記述

AE を2倍する作図方法を行っている。拡大図・縮図の性質をよく理解していることがわかる。

#### b. 対角線を引く意図の理解

調査で対角線を引けない児童が8/25人、調査Vで対角線が引けなかった児童は10/25人である。この理由として対角線を引く意味を児童が理解できていないことが挙げられる。先に述べたように、対角線を引くことで三角形の1つの点を中心にした作図を利用できるが、それを児童が理解できていなかった。なぜなら学習感想ではコンパスで長さを移しとる作図方法について書いてあるものが多かったからである。また授業を終えて、時間がたってから行った調査Vで対角線が引けない児童が増えていることから同じことが言えるだろう。

#### c. 作図の正確さに関する実態

児童の記述を見ていると、正確に作図するという作図のねらいが疎かになっている実態が明らかになった。児童Iのように印からずれたところに頂点がある児童が多く見られた。コンパスがうまく使えたとしても、印からずれたところに線を結んでも意味がない。正確な作図を意識させる必要があるだろう。

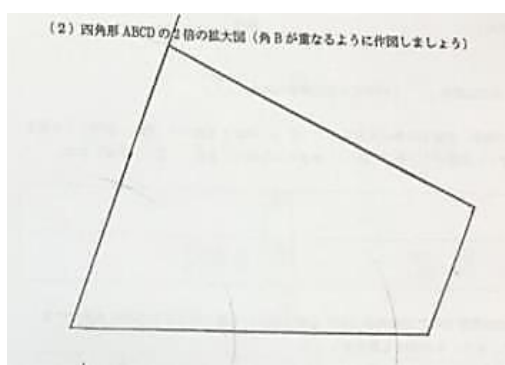


図 13. 児童 I の記述

#### (4) 指導への示唆

##### ① 概念の理解について

拡大図・縮図のような関係概念を扱う場合、何を比較しているのかを、色などを使い明確

に示していく必要があるだろう。そうすることで2つの図形の関係について調べていることや、辺や角、長さや角度など比較しているものが明確に理解されやすい。

しかし、概念が理解されたとしても、児童はそれを自分なりに解釈していることもある。それを教科書の問題や宿題などを利用して明らかにすることが必要である。その際、ただ単に問題を解かせるのではなく、児童の思考過程がわかるように、理由や根拠の記述を求めることが大切である。そして必要に応じ、反例などを示していくことが大事である。

三角形について拡大図であるか調べるときは、高さではなく角度や辺の長さについて調べるよう指導する必要があるだろう。三角形に限らず、特に方眼紙上にかかれた図形を調べるときに気をつける必要がある。児童が角度や辺を調べる必要性を感じられるように、p. 98△にある選択肢だけでなく、高さも底辺も等しいが拡大図ではない図などを扱う必要がある。そのためには2等辺三角形ではなく、一般的な三角形を用いる必要がある。

#### ② 作図指導について

作図指導では正確さをまず指導することが重要である。今回方眼紙上の作図では定規を使わず直線を引く児童も見受けられた。印と印を結ぶことや、コンパスで付けた印は消さないでおくことを意識させ、正確に作図できたか確認することが大切である。

今回の相似の位置にある作図では、単に対角線を引けば作図できるという解釈で終わらせない必要がある。対角線を引く理由を児童に理解させることで、三角形の作図を利用できることを理解させ、中学校の相似へつなげていきたい。拡大図・縮図に限らず作図指導では、こういった作図の手順・方法からその図形が作図できる理由を考えさせることが大切である。正しくかけていない児童には「なぜそれではだめなのか」と言うことを考えさ

せ、図形の定義や性質に立ち返らせる。そうすることで図形概念の理解を深めていくことができる。

#### 4 成果と今後の課題

今回、拡大図・縮図に焦点をあて、その概念形成と作図における児童のつまずきや誤答の要因を探ることを行った。その結果、児童の実態、指導上の課題として次のことが明らかになった。

- i) 関係概念としての相似の理解は、合同の理解よりも難しい。
- ii) 問題を正答できても、概念を正しく理解できているとは限らない（概念を自分なりに解釈してしまう）。
- iii) 辺の長さが同じように倍されていればいいことや角の大きさが等しいことを理解できていても、方眼紙上の図形を調べるときに辺の長さ、あるいは水平方向垂直方向にしか目を向けられない。
- iv) 定義や性質を用いて作図ができない技術の習得や道具の利便性にばかり気をとられてしまう。

V) 作図指導のねらいのひとつである、正確さが疎かになっている。

これらを踏まえ、指導の示唆として次のことを提案した。

- a) 拡大図・縮図のような関係概念を扱う場合、比較対象を、色などを用いて明確に示す。
- b) 教科書などの練習問題において、理由や根拠まで記述させながらその児童の理解の実態をみとる（必要に応じ反例を示す）。
- c) 三角形に限らず、方眼紙上にかかれた図形を扱う際は、水平垂直方向に目を向けるのではなく、その図形の定義や性質に目を向けるよう指導する。
- d) 作図において、その手順や方法からどうしてその図形が作図できるのかを考えさせ、定義や性質に立ち返るようにする。

e) 作図において、印と印を結ぶことや線を残しておくことを意識させ、正確にかけているかを確認する。

今後は、これら指導への示唆を授業としてどのように展開することができるのかを考えていきたい。また拡大図・縮図に限らず有効であるのかを、関連のある5学年の合同の単元や他学年の図形指導の中で実践していきたい。

#### 5 参考・引用文献

- ・藤井斉亮 (2015)『新編 新しい算数6 数学へジャンプ!』東京書籍
- ・川寄道広 (1988)「学校数学における図形指導の展望(Ⅱ)―作図題の今日的意義―」大分大学教育学部研究紀要 10(1) 123-135
- ・国立教育政策研究所教育課程研究センター (2015)「小学校学習指導要領実施状況調査教科別分析と改善点(算数)」  
[https://www.nier.go.jp/kaihatsu/shido\\_h24/03.pdf](https://www.nier.go.jp/kaihatsu/shido_h24/03.pdf)  
2016. 1. 12
- ・松尾七重 (2000)『算数・数学における図形指導の改善』東洋館出版
- ・文部科学省 国立教育政策研究所 (2008)「平成19年度 全国学力・学習状況調査【小学校】報告書」
- ・文部省(1983)『小学校 算数 指導資料 図形の指導』大日本図書
- ・日本教育学会出版部 (2004)『算数教育指導用語辞典 第三版』教育出版
- ・東京書籍 (2011)「平成23年度用新しい算数領域別系統表①」  
[https://ten.tokyo-shoseki.co.jp/text/shou\\_current/subject/sansu/sansu-04.pdf](https://ten.tokyo-shoseki.co.jp/text/shou_current/subject/sansu/sansu-04.pdf)  
2016. 1. 14