算数科における授業改善の試み

割合の問題解決と数直線図指導の関わり

Ｍ１４ＥＰ００８
清水　光

１　問題

本テーマを取り上げる理由は２つある。

１つめは，算数科５学年単元「小数のかけ算」で下のような問題を取り上げた私自身の研究授業での課題があげられる。

１ｍのねだんが９０円のリボンを，2.6ｍ買いました。代金はいくらですか。

単元のねらいは「小数倍による乗法の意味の拡張」と「割合(的)な考え方の習得」であるが，当時の研究授業では，正答を求めることだけに終始してしまい，２つのねらいの達成にはほど遠いものだった。その後も何度かこの単元を指導する機会があったが，児童に納得できるような指導ができなかったとこの単元の指導の困難さを感じている。

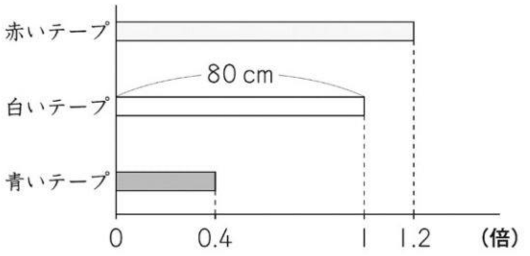


図１：全国学力学習状況把握調査算数問題

２つめは，平成２６年度に行われた全国学力・学習状況調査において，上図において，青いテープの長さを求める式を「80×0.4」と解答した児童が 54.3%と少ないこと，さらに「80÷0.4」「80－0.6」と誤答した児童がそれぞれ 28.1%，15.6%と多かったことがあげられる。

２　目的

以上の問題から本報告書は，算数科の授業においてただ「(学習内容を)教える」や「教えられる」ではなく,「考え方や学び方を教える」や「自分たちの力で問題課題解決ができる」という問題解決型学習にもとづく授業改善の試みを，割合の問題解決とその有効な数直線図指導を取り上げ検証するものである。すなわち，割合の問題解決，中でも日常の文脈に即した文章題の問題解決にはどのような困難さがあるのか，その指導にはどのような手立てが効果的なのかについて，数直線図指導に着目し研究を進めていく。

また本報告書は，前年度研究報告書にある文献及び調査研究で得られた知見を骨子とし，そこでの課題をもとに今年度まとめたものである。また本報告書で扱う数直線図は２量の比例関係から成り立つ「比例数直線図」であり１量を表す「数直線図」と区別して今後記述する。

３　仮説

割合の問題において次の３点に留意することによって，数直線図が有効に活用され，効果的な問題解決へと導かれるものと仮説する。

（１）「適切な」数直線図

調査では数直線図を用いて問題解決を図る場面において「適切な」数直線図を用いて解決に導く児童の正答率の割合が高かったこととその適切な数直線図をかくことができた児童の割合が低かったことが明らかになった。「適切な」数直線図とは，数値の対応，特に割合(倍)の数値，さらにその中でも文章題の文中に表れない『もとにする「１」』が適切にかかれたものである。その割合としての「１」を意識させることができる実践が必要ではないだろうか。

（２）数直線図の理解

これも前年度の調査で見られたものであるが，適切な数直線図をかくことができたとしてもそれが直接正答へと導くことにつながっ

ていないというものがあった。特に数直線図の立式への根拠となっていない者が半数近く見られた。

この結果から数直線図が問題解決のツールの一つとして使われていないことを示すと同時に，学習指導要領によって系統的な図の指導が配置されているにもかかわらず，その発展の過程を意識させることができていないということも示されたと考える。「なぜこのような図に表すことができるのか。」割合問題ならば「なぜ数直線図に表すことができるのか」このような部分まで意識させるような実践が必要なのではないかと考える。

そのことによって数直線図が２量の関わりを表す図であることを再認識することとなり，より深い問題理解や，その図を用いることによるより簡潔で効率的な問題解決へとつなげることができるのではないかと考える。

（３）「問題モデル方略」への転換

問題解決場面の観察から特に問題の中でも文章題において，その数値やキーワードから即座に立式しようとする「直接変換方略」を用いて問題解決をする児童の割合が多く，そのことが正答から遠のける要因の一つとなっているのではないかと考える。

よって，このような「直接変換方略」から問題を一旦「モデル」(各問題における関係性を絵や図に表象する)に表す「問題モデル方略」へと転換させる授業実践がより効果を示すものと思われる。

４　方法

（１）対象校

山梨県内の公立Ａ小学校

（２）期間

2015 年 5 月～12 月(週 1 回)

（３）児童

5 学年児童　男子 18 名女子 10 名　計 28 名

（４）実施方法

研究授業(11 月中旬)

算数「比べ方を考えよう(1)　［単位量あたりの大きさ］」

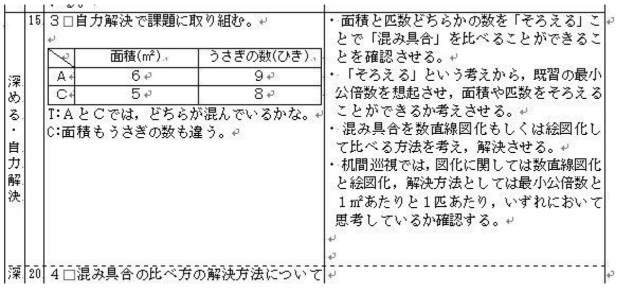
(東京書籍　新しい算数５下　全 13 時間)

５　実践　研究授業

（１）計画

前項に記した実践実態のもと研究授業を計画した。特に次の２点に留意した。

①絵図に表すことによる自力解決



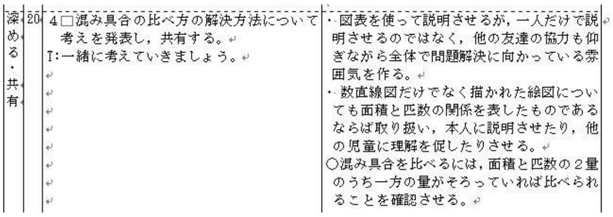
深める・自力解決	15	３□自力解決で課題に取り組む。 T:ＡとＣでは，どちらが混んでいるかな。 C:面積もうさぎの数も違う。	・面積と匹数どちらかの数を「そろえる」ことで「混み具合」を比べることができることを確認させる。 ・「そろえる」という考えから，既習の最小公倍数を想起させ，面積や匹数をそろえることができるか考えさせる。 ・混み具合を数直線図化もしくは絵図化して比べる方法を考え，解決させる。 ・机間巡視では，図化に関しては数直線図化と絵図化，解決方法としては最小公倍数と１㎡あたりと１匹あたり，いずれにおいて思考しているか確認する。
深	20	４□混み具合の比べ方の解決方法について	

	面積(㎡)	うさぎの数(ひき)
Ａ	6	9
Ｃ	5	8

図２　指導案　自力解決場面

自力解決の過程として，まず前時で確認した混み具合を比べるには面積もしくはうさぎの数どちらかを「そろえる」という視点をもとに考えさせた。次に問題を児童一人一人が絵図，比例数直線図などに表出させてから解決にあたらせることを行った。このように絵図を解決の道具(ツール)として活用させることで「最小公倍数を使って比べる」「１㎡あたりの数で比べる」「１匹あたりの面積で比べる」の３つの解法が表れるのではないかと予想した。この場面では「混み具合」の比較について既習の絵図をいかして思考し解決に導こうとする「問題モデル方略」を具現化する時間として考慮した。

②絵図を介しての考えの共有



深める・共有	20	４□混み具合の比べ方の解決方法について考えを発表し，共有する。 T:一緒に考えていきましょう。	・図表を使って説明させるが，一人だけで説明させるのではなく，他の友達の協力も仰ぎながら全体で問題解決に向かっている雰囲気を作る。 ・数直線図だけでなく描かれた絵図についても面積と匹数の関係を表したものであるならば取り扱い，本人に説明させたり，他の児童に理解を促したりさせる。 ○混み具合を比べるには，面積と匹数の２量のうち一方の量がそろっていれば比べられることを確認させる。

図３　指導案　共有場面

直前の学習活動である自力解決を経て，次の活動では児童が表した絵図を介して，かいた児童本人に説明させたり，他の児童の絵図について解釈させたりする活動を計画した。

そのことによってそれぞれの考え方や表された絵図のよさや価値に気づくことを意図した。さらに本時以降の問題解決への発展的な活用も期待した。特に絵図を道具(ツール)として扱うことに関して，実態から比例数直線図は少なく，その他の絵図が多いことが予想されたが，これらの「共有」の活動を通して比例数直線図の有用性について感得し活用する機会が増えることを意図した。

(２)授業の実際及び検証

①自力解決

前時にオリエンテーションとして「見た目」だけでわかる「混み具合」について学習した。その際に「混み具合」とは何かや「混み具合」を比較するには面積もしくは数のどちらかを「そろえる」こと，１畳あたりの人数もしくは１人あたりの畳数など「１」に「そろえる」ことで比べることができることなどを確認した。

本時ではうさぎ小屋の「混み具合」について面積がそろっているＡとＢの小屋，匹数がそろっているＢとＣの小屋について確認した後，面積も匹数も異なるＡとＣの混み具合を比べるにはどうすればよいのかを自力解決の時間に設定した。机間巡視後，絵図に表すことに戸惑っている児童が多く見られたので，「そろえる」という意識をもたせることで絵図へ表す糸口となるのではないかと判断し以下のような補足説明を加えた。

> T:うさぎの数が同じだったんだよね。とするとせまいほうが混んでいると。じゃー同じようにAとCを比べたよって言う時にこれどっちもちがうんだよなーていう感じなんでしょはいどっちも違います。じゃどっちかにこれ面積かどっちかそろえないと比べられないですよね。それはそろえることができないかな？

プロトコル１

絵図の種類	延べ人数
数直線図	9
半具体図	9
比例数直線図的	2
絵図なし言葉説明	3
絵図なし	7

表１　11/11 自力解決　絵図種類と人数

自力解決後の各絵図の割合は表２のとおりである。この表を見るとこれまで扱っていたような比例数直線図をかいた者が１人もいないという状況だったことがわかる。このことは比例数直線図がまだツールとして使われていないことがあらためて見て取れる。また数直線図をかいても２量の関わりがかかれていなかったりもとにする「１」などの数値が適切にかかれていなかったりすることから「混み具合」の比較の手立てとして比例数直線図が使えるという認識がされていないことも分かる。その理由として，前単元までの割合問題に関わる事象と本時の「混み具合」の事象とが相関されていない，と推測する。

絵図あり	１７	立式あり	7	正	4
				誤	3
		立式なし	１０	正	2
				誤	8
絵図なし	１０	立式あり	4	正	4
				誤	0
		立式なし	6	正	1
				誤	5

表２　11/11 自力解決後　絵図・立式・正誤

また，表３をもとに絵図と正答，立式(適切な式を立てることとする)と正答を見ると，絵図あり 17 名のうち正答は６名(35.3％)，絵図なし 10 名のうち正答は５名(50％)，立式あり 10 名のうち正答は８名(80％)立式なし 17 名のうち正答は３名(17.64％)と「絵図あり」より「立式あり」が正答率が高く，立式できることが問題を理解し正答へと至る重要な過程であることがうかがえた。それとともに絵図から立式できた児童(4/7‥57.1％)は立式できなかった児童(2/10‥20％)と比べ正答率が高く，絵図に表すことによる立式，正答への関連性の高さがうかがえた。

このような実態から本時では次の活動として，児童のかかれた絵図や言葉の中から問題の２量の関わりを「比例」として捉えている者や「そろえる」作業を行っている者の考えを取り上げながら，既習の事象を抽象的に表した比例数直線図と「混み具合」との相関を捉えさせる展開とした。このような活動を行う時間として「共有」の時間を充てた。

②共有

問題の３つの解法と「比例」や「そろえる」という観点で解決しようとしている４名を順次取り上げた。

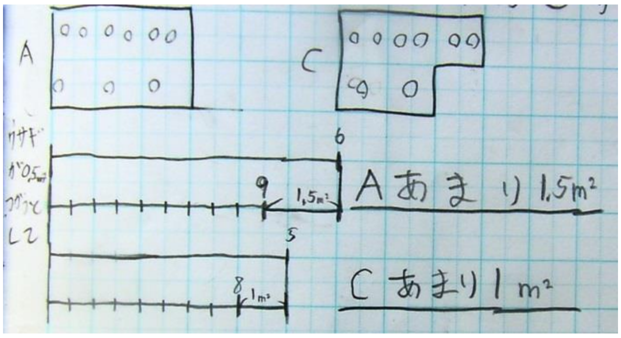


図４　児童ａ　１匹あたりの面積

T:どういう感じで図をかいたんですか。

a:えーとなんだっけ。2本の数直線の上に面積をその下にうさぎの数

T:前もやったね2つの量とかやったね。なるほど。上が面積。面積があって，それが。下がうさぎの数。匹数，何匹とか。で，その後どうしたの。

a:そのあとうさぎが1匹0.5㎡使ったとしてかけてって

T:6で。ほー。0.5c㎡を使っていると，これがこういう感じか。ここが0.5やっていくと( )のようになる。ほー。(板書しながら)ここが1.5。これわかる?0.5,0.5が一人のやつがえーとbくんわかる?一人分が0.5。㎡。これが0.5で9ひきいる。ってことは。はい。bくん。全部で一人分が0.5㎡それが9匹ってことだから式的にはどうなるかな?

b:0.5

T:0.5×9。で，cさん0.5×9が?

c:4.5

プロトコル２

１匹あたりの面積をもとに図を使って考えることができた。図４は２量の関わりは意識されていたものの立式の根拠とはならない図であったが，授業後の児童ａの話では「あまりの面積をもっと人数で割ってみればよかった」と割進める意識が生まれたていたことがわかり，図から考えるよさの一端がうかがえた。

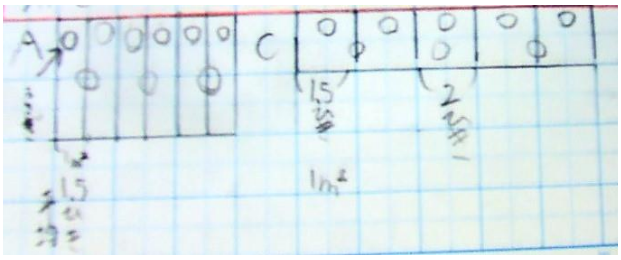


図５　児童ｄ　１㎡あたりの匹数

d:6㎡は6等分で，5㎡は5等分にして1㎡は何匹入るか平均?って感じで求めてAの方はうさぎがこう1匹ずつ入ってでこう3匹残ったから2㎡で1つって感じで行くとこう平均だから小数を使ってもいいから1.5匹になったんだけど。Cの方は1匹ずつ振り分けて一マスに入らなければいけないからなんていうか平均で求めるのは難しかったけど

T:1㎡に何匹入るかってことで考えてみたんだ。

d:はい

T:ほー。なるほど。じゃちょっとdくんの絵を真似てみると，えーとこれが1㎡Aはeさん。Aは何㎡だったっけ?

e:6㎡

T:なるほど。だからこれが1,2,3,4,5,6 これが1㎡。(板書しながら図をかいている)本当は等分じゃなきゃいけないよね。これが1㎡。あーそれが1㎡。1㎡6つでそうですね。これがこの中にfくん何匹だっけ?

f:えーと9ひき

T:で，どうするっていったっけ?dくんどうするんだっけ。

d:ならす

T:これで6ぴき。あと何匹?(gを指さし)gくん

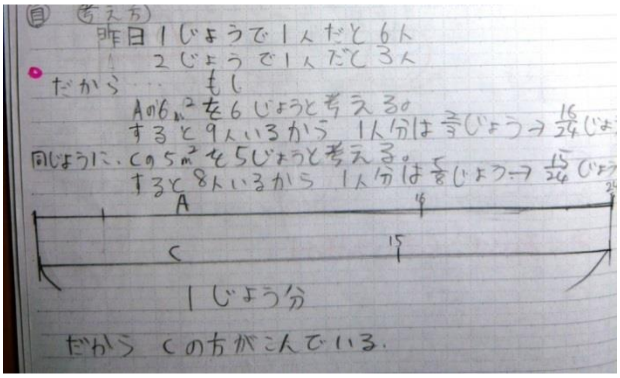
g:あと3匹

T:ほーあと3匹。あと3匹をあれなんだけども半分になっている。なるほどこんなような図だ。あー半分になっちゃう。ってなるとこれ3匹 間に入れているから1㎡は何匹かって言うとdくんこれは?

d:1.5

プロトコル３

次に，１㎡あたりの匹数で比べようとした児童ｄを取り上げた。直前で学習した「平均」の考え方を用いたことで，児童の中には「分かりやすい」と授業後感想で書いているものもいた。面積を使った図は今後の学習にも活用されるが，Ｃの小屋の１㎡あたりの匹数が求められなかったことからこの図からは立式へとつなげられなかったことを確認した。


目 考え方
昨日 1じょうで1人だと6人
2じょうで1人だと3人
だから… もし
Aの6㎡を6じょうと考える。
すると9人いるから 1人分は$\frac{2}{3}$じょう→$\frac{16}{24}$じょ
同じように，Cの5㎡を5じょうと考える。
すると8人いるから 1人分は$\frac{5}{8}$じょう→$\frac{15}{24}$じょう

だから Cの方がこんでいる.

図６　児童ｈ　１匹あたりの面積

T:はい。じゃーえーと言葉になっちゃうのかな？じゃｈさんいいですか。

ｈ:えーと1畳で一人入ると6人で2畳で一人だとで3人でで付け足しで12畳で，あー1/2畳で一人だと12人。だからもしA6㎡を6畳と考えると

T:あっ待ってｈさんは昨日の勉強のやつをちょっとあれだっだんだね。ほーなるほど。はい。

ｈ:すると9人いるから一人分は2/3畳(6÷9=2/3)で同じようにCの5㎡を5畳と考えると8人いるから一人分は5/8畳で通分すると16/26(←24のまちがい)畳と15/24畳になるからCの方が混んでいる

T:えーと通分するっていうのは？

ｈ:えーとあの一同じ24分の何畳かでわけないとあの一わかりくいと思ったから

T:何かをそろえているんだ。えーとAの6㎡を6畳と考えるとすると9人いるから一人分は2/3畳。一人分。一人分の面積か。あーここは1㎡の。さっきこのｄくんのやつは1㎡が，え一1㎡に何匹いるのかで考えていて，で今のは一マスで一人分が，なるほど。1匹分の面積。の面積を求めようとしたんだ。1匹分の面積を求めようとしたんだね。はいえーと同じようにCのにするとA2/3これどう？

プロトコル４

前時の学習を生かし，簡単な数値から立式するなど「混み具合」のイメージが児童ｈはできていると思われる。既習の分数でも考えられることや通分と比べ方の「そろえる」の相似点が明らかになると考え取り上げた。はじめに取り上げた児童ａと「１匹あたりの面積」を求めるという点で類似していることも本時で触れられればよかったと感じる。

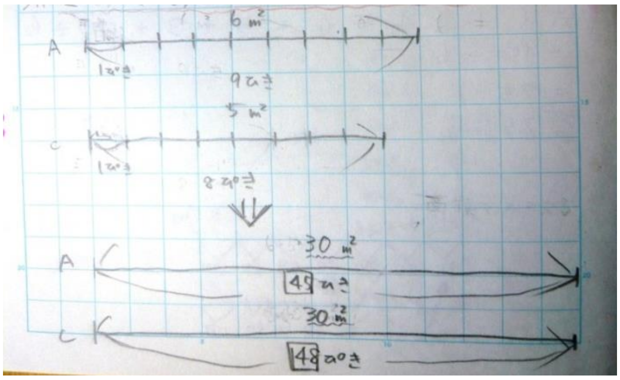


図７　最小公倍数

ｉ:面積をそろえようと思ったのでAは面積が6㎡でCが5㎡で6と5の最小公倍数をとってAを30，Cを30あとは面積をAは30㎡にするのに6を5倍にしてCは30㎡するのに面積を6倍したのでうさぎの数を6倍しなきゃいけないからAは5倍したのでうさぎの数も5倍してCは面積も6倍したからうさぎの数も6倍にしてAが45ひき，Cが48匹になったのでCの方が混んでいる。

T:これは，どう？はい ｆくん何使っているって

T:何の考え方

ｆ:‥

T:ちょっとあれだねえーとさーえーとさっきそろえてって先生言ったからｉさんどうしてこの6が30になったんだっけ？

ｉ:6と5の最小公倍数

T:6と5の最小公倍数をすると30と30で同じすることができるよね。ってことだから最小公倍数の考え方(板書)はい，これはどうかな？ｆくんどう？わかる？

ｆ:‥

T:ほんとはさちがうんだけども(手振りを交えて)30㎡と考えてみるとこれ6が30にするには？かける

ｆ:5

T:かける

ｊ:5

T:5だね。じゃkくんさー9ひきは6, 6をかけるから

k:6をかけるから

T:6かけるの?6×5でしょ

l:えーと

プロトコル５

最後に比例数直線図(的な図)をツールとして活用している児童ｉを取り上げた。どのように「そろえる」のか，また混み具合を考える上でもう一つ大事な考え方としての「仮定する」(プロトコルでは「ほんとはさちがうんだけども(手振りを交えて)30 ㎡と考えてみる」の箇所)ということが考えられた。

このような過程を経て，次の活動において下のような既習で扱ったような比例数直線図を板書し,「混み具合」を比べるには比例数直線図が使えることを伝えた。その後実際にかかせたり立式させたりする中で上に取り上げた児童の絵図や考えとの関連を図った。

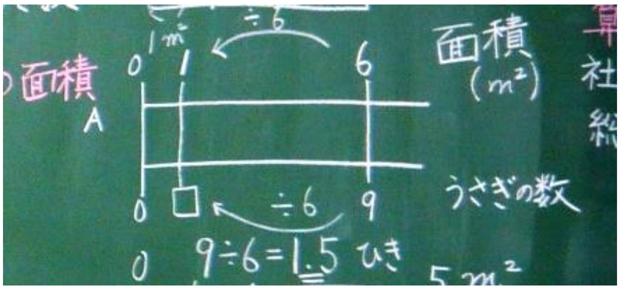


図８　板書　比例数直線図Ⅰ

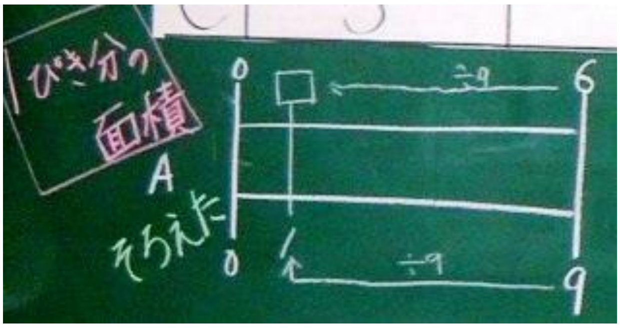


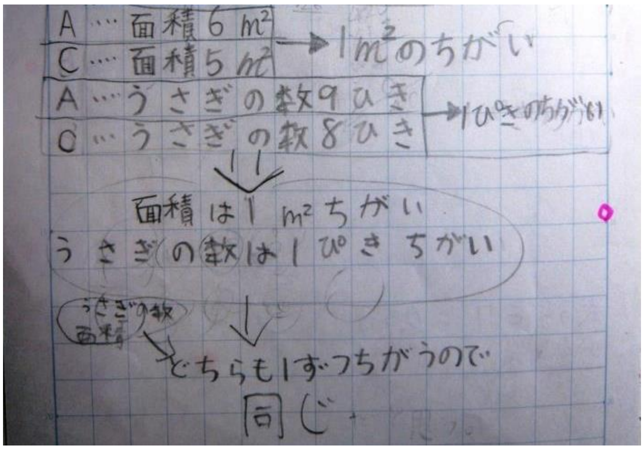
図９　板書　比例数直線図Ⅱ

③検証

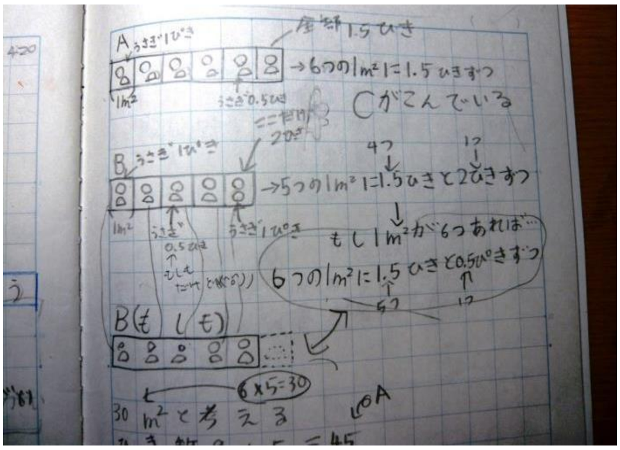
本時の内容を受けて，本時と次時の様子や比較から仮説に関わること，単元後の市販テストの結果などからその変容を見取り検証する。

・本時児童ノートから

下の図は児童ｍのノートである。ｍははじめの自力解決の場面では絵図，立式，正答いずれも出せず困惑していた児童である。そのｍが本時の授業を受ける中で「混み具合」の比較について最後には絵図を介して適切に捉えられるような変容が見られたと考え以下に紹介する。



↓



↓

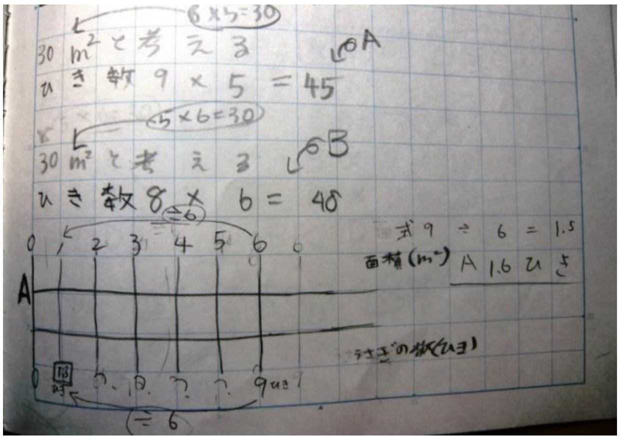


図１０　児童ｍノート

最初は図を使おうとしなかったけど数直線(図)を使ったらぱっと見ればすぐに分かったから，ぱっと見てわかりやすいというところがよかった。

児童ｍ授業後感想

・次時の様子から

次時ではＤの小屋の混み具合を比べる内容となりその時の自力解決では下のような結果となった。

絵図の種類	本時	次時
数直線図	9	3
半具体図	9	0
比例数直線図	2	１６
絵図なし言葉説明	3	１０
絵図なし	7	0

表３　絵図の種類　次時

立式あり	10	26	正答	11	16
立式なし	16	0	誤答 無答	15	10

表４　立式・正誤　次時

次時では表３のように比例数直線図をかき立式，正答へと導くことができた児童が増えていることが見受けられる。このことから「混み具合」の比較には比例数直線図がツールとして使えそうだと感じている児童が増えてきたと捉えることができる。また絵図なしで考えている児童については，最小公倍数や１㎡あたりの匹数や１匹あたりの面積などいずれかに「そろえて」立式することができ正答に至っている。それは本時において比例数直線図を扱って考えさせた場面を設けたことにより，その２量の関係をイメージしやすくさせたのではないかと考えられる。その根拠として授業後に立式の理由を質問したところ「〇〇すると(仮定)」や「比例」といった言葉使って説明できていたということがある。

・市販テストの結果から

単元終了後の市販テストの正答率は 88.5%だった。前回のテストと同様に絵図をかかせて問題解決を図らせたが,26名中20名(76.9%)が比例数直線図を問題解決のツールとして使うことができていた。この結果からも本単元においては比例数直線図が効果的に使われていたことが分かる。既習の単元と比較すると「小数のかけ算」や「小数のわり算」の問題では比較的イメージしやすい(その関わりが「見やすい」)問題であり，あえて比例数直線図などに表象せずに問題解決に至ることができ，本単元の「混み具合」の比較では，２量の関わりが「見えにくい」問題だから比例数直線図などを使って「見える」ものに表象することで問題解決に至ろうとしているのではないか，と推測する。

６　全体的な考察

上記した実践において比例数直線図をかかせたり，考えさせたりしたことは正答へと導かれる適切な「立式」に有用であることがわかった。これらのこともふまえ全体的な考察を述べる。

児童の思考の方法が一人一人異なるように絵図を用いることについても多種多様であることをあらためて知ることができた。それは本時における多様な絵図が表出されたことが根拠としてある。しかしそれほど多種多様なものが表出されたにも関わらず，その中から本時の「混み具合」を適切に表した絵図が皆

無だったということは驚くべき結果であった。またちがった視点から見ると，この結果はいかに既習で比例数直線図を扱ってきたとしても，本時の自力解決の時点では適切な比例数直線図をかくことはできなかった，もしくはかかせるためには何らかの「手立て」が必要だった，と言えるのではないだろうか。その「手立て」として何が考えられるのか本実践から考察する。

その一つめとして,「問題モデル方略」の一つの「絵図に表す」過程を取り入れることを挙げる。自分なりの「絵図に表す」過程を設けたことによって既習の単元のように容易に絵図に表せるような事象ではないということを知らせ,「混み具合」という事象の理解を深めさせる機会となったと言える。

二つめとして比例数直線図を問題解決のツールとして扱いその図をかかせたことを挙げる。しかしその図をツールとしてかかせるには２量の関わりが「比例」していることを児童が意識できているかどうかが問題となる。「混み具合」の事象で面積と匹数が「比例」の関係かどうかはわかりにくい(見えにくい)ものである。そのために「○○になったら，○○になりそうだ。」というような「仮定する」という考え方ができなければならない。このように「混み具合」を比例数直線図に表すには「仮定」して面積と匹数の２量を「比例」関係として捉え，さらに比較するためには面積，匹数どちらかを「そろえる」という過程が必要だったのである。

また仮説にあげた『もとにする「１」』に関してはあらためて重要な数字(数値)であることを知ることができた。特に「正答に導く」という視点から問題を比例数直線図に「１」をかくことができればその「１」をもとに立式から正答に至ることができる。しかし，その「１」は割合問題の中でも事象によって意味が異なる。このことは比例数直線図の中に「１」をかくことができない要因となっていると思われる。本時における「１」は１㎡あたりの「１」もあれば，１匹あたりの「１」もあった。そのことを意識させることができたのは「絵図に表す」という過程を設けたからではないかと考える。

比例数直線図は割合問題を効率的に正答へと導くツールとなることは再認識できた。しかしその比例数直線図をツールとして使うにはその問題の事象を適切に捉えているかどうかが問題になってくることがわかった。(「混み具合」の比較に関しては「仮定」から「比例」,「そろえる」や単位量あたりの「１」など)そのような点において,「見えにくい」事象を適切に捉えさせるにはいきなり比例数直線図をかかせようとするのではなく「絵図に表す」過程を設けることに効果があった。

このように「混み具合」の比較だけでなく今後登場する割合問題の「見えにくい」事象を絵図など「見える」形に表そうとする活動はその事象自体を理解することにつながるのではないかと考える。その事象を理解した上でどのような図やイメージをツールとして活用できそうなのか考えさせる。その図として比例数直線図は最も効果が高いことは明確である。さらにその図から立式，正答へと導くことができる。このような過程が困難と言われている割合問題の解決には必要ではないかと考える。

参考引用文献

清水光 2014 算数科における教授方略の改善の試み-割合の問題解決と数直線図指導の関わりを探る- 平成26年度教育実践報告書 pp129-136

中村享史 2008 数学的な思考力・表現力を伸ばす算数授業 明治図書 pp31-34

文部科学省 国立政策研究所 2014 平成26年度全国学力・学習状況調査報告書 小学校算数 https://www.nier.go.jp/14chousakekkahoukoku/report/primary/math/(2015.1 アクセス)