

# 思考力・表現力を育てる授業づくり

—第1学年「1次方程式の利用」の授業実践を通して—

M12EP007

杉山 悟

## 1. はじめに

現行の学習指導要領の中で、「生きる力」を支える『確かな学力』の要素として①基礎的・基本的な知識・技能の習得，②知識・技能を活用して課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力等，③学習意欲の3つが示されている。②に関しては生徒の学習到達度（PISA）調査，全国学力・学習状況調査等国内外の各種の結果から，「基礎的・基本的な知識・技能の習得については，個別には課題のある事項もあるものの，全体としては一定の成果が認められる。しかし，思考力・判断力・表現力等を問う読解力や記述式の問題に課題がある。

中学校数学科の授業における生徒の実態においても上記の内容が顕著に現れていることがうかがえる。問題の答を正しく求めることはできていても，どのように考えて答にたどり着いたのかわかりやすく他の生徒に説明することができない現状が見られる。また，一見すると上手に表現しているのだが，論理的に間違っているような現状もよく見られる。何となく問題の答は分かるのだが，それが求められた過程をどのように書き表せばよいのかわからないという現状も見られる。答はわかるのだが，説明できないから答案用紙に記述しなかったということもある。

課題に対して，既習内容の知識や技能を活用することに苦手意識が強い傾向がみられる。まさに，思考力・表現力を育てていかなければならない実情が見受けられる。

「数学的な考え方」の育成とは，「算数・数学にふさわしい創造的な活動が自主的にでき

るようにすること」である。そのためには，日常の算数・数学の授業を通して，創造的な学習指導を積み重ねることが大事であり，個々の内容に関して，子どもが，あたかも「自らの必要にもとづいて考え出したのだ」という感じをもち，それによって成功の感激をも，結果としてもつような指導がのぞまれるわけである。

中島(1981)の考える「創造的な学習指導」とは「算数や数学で，こどもにとって新しい内容を指導しようとする際に，教師が既成のものを一方的に与えるのではなく，子どもが自分で必要を感じ，自らの課題として新しいことを考え出すように，教師が適切な発問や助言を通して仕向け，結果において，どの子どもも，いかにも自分で考え出したかのような感激をもつことができるようにする」ことである。

創造的な学習指導の積み重ねが思考力・表現力を育てることに繋がっていくであろう。

そこで，日常の数学の授業を通して，どのような創造的な学習指導を行うことができるのか研究しようと考えた。

## 2. 研究の目的

1次方程式の利用での授業実践を通して中学校数学科において，思考力・表現力を育てるための望ましい指導方法のあり方に関する知見を得る。これをもとに数学科の授業における授業改善の方策を見出していく。

## 3. 研究の方法

10月上旬に甲府市立K中学校の1年生2

クラスを対象に1次方程式の利用の授業実践を各3時間ずつ行い、1つ目のクラスの授業を終える毎に改善点を修正し2つ目のクラスの授業改善を行った。

#### 4. 研究の結果と考察

##### (1) 方程式の文章題における指導意図

小学校では、□、○を用いて数量の間の関係を式に表したり、文字を用いて、計算のしかたや法則を一般的に表したりしている。このような学習の過程で、簡単な式について、式の値を求めたり、文字にあてはまる値を求めたりすることを経験している。中学校で扱う方程式は、未知の数量を文字で表し、それについて成立する相等関係を表した等式であり、その未知の数量を求めることを要求しているものである。

方程式の文章題の学習では、小学校で生徒が学習してきたこととは異なる考えが必要になる。小学校では、逆算など操作的に問題を解決していく。そのために、未知数にかかわる考えや相等関係の考えを利用していない。すなわち、未知数を既知の数であるかのように考えること、そして、その未知数 $x$ を含めて問題に見られる相等関係を式に表すことが、生徒にとって新しい考えとなる。生徒は、これらの2点に関して発想の転換が必要になる。

式に表すことの価値としては、第1には、事柄や関係を簡潔に、明確に表現するためである。事柄や関係は、ことばによって述べることもできるが、数や記号を用いると表現が簡潔になり明確になることは明らかである。

第2には、式に表現することによって、式の表す具体的な意味を離れて、形式的に操作することができるからである。ことばによって表現されたものをことばによって処理しようとするれば、多くの操作を頭の中でしなければならなくなる。しかし、式に表現すれば、意味をいちいち具体的に考えなくても一定の法則にしたがって機械的に処理することが可

能になる。

方程式を利用して問題を解く手順は次のような過程を経る。

- ①何を $x$ で表すかを決める。
- ②等しい数量関係に着目して、方程式をつくる。
- ③方程式を解く。
- ④方程式の解が問題に合うかどうかを吟味する。

これらの過程で生徒にとって最も難しいのは、おそらく②の方程式をつくることであろう。なぜなら、方程式をつくるためには、等しい関係にある数量を見つけ、それを等式に表さなければならないが、等しい関係にある数量が問題文に表れていないことがあるし、文字の使用に不慣れな生徒にとって、それを $x$ を使った式で表すことは容易なことではないからである。

具体的な問題場面より数量の間の関係をとらえ、文字を用いた式で表すにはいくつかの活動が必要である。数量の間の関係をことばの式に表したり、ことばの式に既知数を代入したり、未知数を文字を用いて表すなどの活動が確実にできることが求められる。

「1次方程式の利用」の指導にあたっては、問題文における条件を「図」「表」などを利用して整理し、ことばの式に表して数量の間の関係を把握したり、数学的な表現を組み合わせることで他者に把握した数量の間の関係を説明したりする場を大切にしたいと考えている。

方程式のよさを感じ得るのは、文章題で題意にあった方程式をつくり、それを解き、答が求められたときである。方程式は、文章中の未知の量を $x$ とおき、数量の間の関係をそのまま式に表せばよいので、小学校で経験してきた解き方よりも考えやすいことに気づかせ、積極的に方程式を活用していこうとする態度を育てていきたい。

(2) 授業実践「1次方程式の利用」の結果と考察

①指導計画（簡易版）

第 1 時	<p>1次方程式を使った問題を解く手順</p> 																
第 2 時	<p>日常的な事象の問題</p>  <table border="1" style="margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th></th> <th>オレンジ</th> <th>りんご</th> <th>合計</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1個の値段(円)</td> <td>90</td> <td>140</td> <td></td> </tr> <tr> <td>個数(個)</td> <td><math>x</math></td> <td></td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>代金(円)</td> <td></td> <td></td> <td>1800</td> </tr> </tbody> </table>		オレンジ	りんご	合計	1個の値段(円)	90	140		個数(個)	$x$		15	代金(円)			1800
	オレンジ	りんご	合計														
1個の値段(円)	90	140															
個数(個)	$x$		15														
代金(円)			1800														
第 3 時	<p>過不足の問題</p> <p>折り紙を何人かの子どもに配ります。 1人に4枚ずつ配ると9枚足りません。 また、1人に3枚ずつ配ると15枚余ります。 子どもの人数と折り紙の枚数を求めなさい。</p>																
学 習 目 標	<ul style="list-style-type: none"> <li>・数量の間の関係を方程式で表すことができる。</li> <li>・方程式を使って問題を解くときの手順（①何を<math>x</math>で表すかを定める。②等しい数量関係に着目して、方程式をつくる。③方程式を解く。④方程式の解が問題に合うかどうかを吟味する。）を理解し、方程式を利用して身近な問題を解くことができる。</li> </ul>																

②第3時の授業について

ここで扱うのは「過不足の問題」で方程式の応用では「速さの問題」に並び難しいと言われている。

**問題**: 折り紙を何人かの子どもに配ります。1人に4枚ずつ配ると9枚足りません。また、1人に3枚ずつ配ると15枚余ります。子どもの人数と折り紙の枚数を求めなさい。

しかし、1つの問題に対して、何を文字を使って表すかにより2種類の方程式をつくることができ、その式の意味について考えさせる問いを設けることや2種類の方程式をつくっても、それらを解けばどちらも同じ答が得られることを理解できる場を設けることができる。生徒の思考力・表現力を育てるには方程式の応用は有効な題材であると考えられる。

③方程式の立式の指導

方程式の文章題では、生徒は方程式の立式に困難を感じる。そこで数量の間の関係を表や線分図に表して考えていくという立式の過程を重視して展開しようと考えた。

(a)問題場面を把握する過程で、分からない数量が2つ（子どもの人数、折り紙の枚数）あることを確認する。

(b)「足りない」「余る」に対応した式化の理解が生徒には難しい。問題を解くための方程式は1つに限られているわけではなく、相等関係を見つけやすいように $x$ を決めればよいのであり、必ずしも、求めるものを $x$ とおく必要はない。ここでは、教科書の流れに従い、比較的立式が易くなる「子どもの人数を $x$ 人とする」ことを教師が提示することから始める。

(c)線分図には、表現が簡潔でより抽象的に全体量の関係がとらえやすいという特徴がある。線分図を生徒が自分で書くことは難しいので、あらかじめ線分図（図1）をワークシ

一トに表して、折り紙全部の枚数に対する、足りない枚数、余る枚数との関係を捉えさせることにする。

④第3時 1つ目のクラスの授業の実際

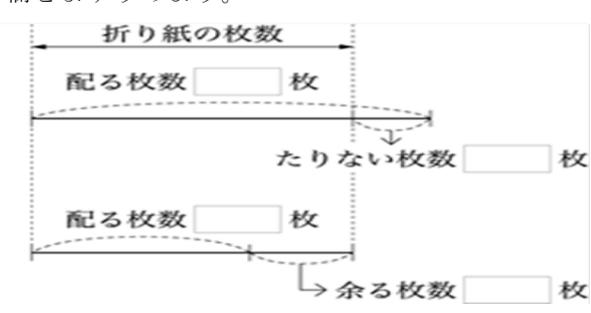
学習活動と内容・予想される反応例
<p>1. 課題を提示する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・問題を読み、内容を把握する。</li> <li>・この問題には求める数量が2つあることを確認する。</li> </ul>
<p>2. 課題解決の見通しを持つ。</p> <p>(1) 子どもの人数を <math>x</math> 人として、下の図の空欄をまぜうめよう。</p>  <p>(2) ①, ②それぞれについて、折り紙の枚数を <math>x</math> を使った式で表してみよう。</p> <p>① <math>(4x - 9)</math> 枚    ② <math>(3x + 15)</math> 枚</p>

図1. 線分図

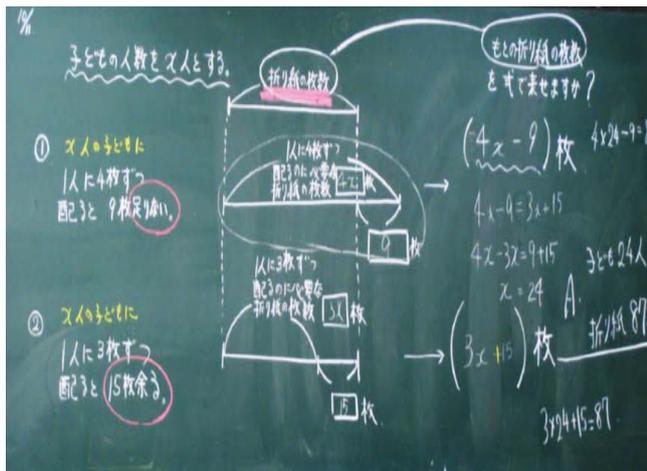


図2. 本時「過不足の問題」の板書

⑤1つ目のクラスの授業の考察

(a) ワークシートを配布してしばらく生徒の鉛筆が止まっている。比較的立式しやすいだろうという観点で「子どもの人数を  $x$  人とする」ことを教師が提示したことにより反って「何を文字で表そうか」生徒が自由に考えることに制限を与えてしまった。「過不足の問題」は難しいという先入観に一番囚われていたのは教師自身であったと思われる。

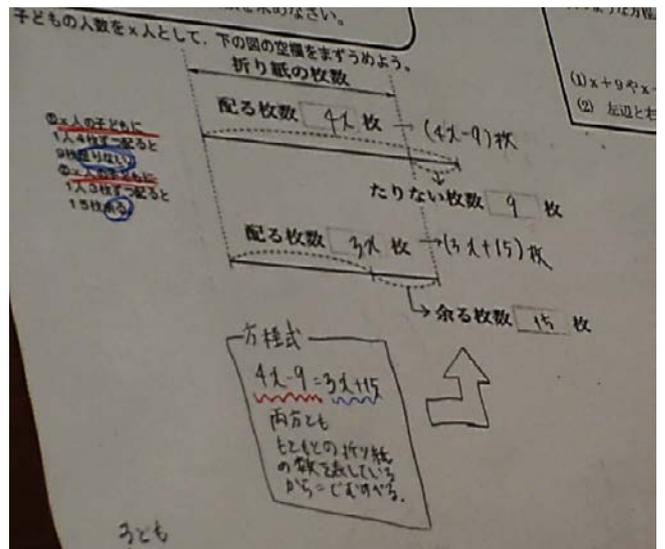


図3. 生徒のワークシートの記述例

(b) 数量関係をうまくつかめない生徒にとって、視覚的にイメージできるように、線分図(図1)に数量関係をまとめさせていく活動が有効であると考えたのだが、図の空欄を埋めることについて生徒を少し混乱させてしまった。

まず何を空欄に埋めていくのか分からない生徒が見られた。小学校で線分図を使い指導をされてきたと授業者自身が思い込んでおり、線分図は生徒たちにも有効なはずであると決め込んでいた。確かに中学校の数学の学習においてあまり線分図は使われず、方法の系統性が途切れてしまっている。線分図の意味を説明する展開になってしまい文章題を方程式を利用して解決するというねらいがぼやけてしまった。線分図にこだわってしまい、反ってそのことが生徒の思考の妨げになっていた。

(c) 図2の板書に示されるように線分図を完

成させるための誘導の問いかけだけがほとんどになっていた。ここから折り紙の枚数が2通りに表され、方程式が立式できるのだがこの場面でも教師の説明が中心になってしまった。この授業展開では生徒が考えることは難しい。

(d)生徒のワークシート記述例(図3)を見ても、空欄を埋めることが主になってしまい、ここから生徒がどのように考えて立式したのか読み取ることが難しい。この生徒は「 $4x - 9$ ,  $3x + 15$ 両方とも、もともとの折り紙の枚数を表しているから=で結べる」とメモに残しているが、線分図からこのことが読み取れたかどうかははっきりしない。

この授業の展開での課題を踏まえて、次のクラスでは以下のような変更を加えて授業を行った。

#### ⑥改善点

1次方程式の文章題では、生徒は方程式の立式に困難を感じている。第2時では、問題文中の情報を整理するための道具として表を利用してきた。ここでは表に整理することにより数量関係をとらえることに大いに役立てられ方程式の立式につながられた。数量の間の関係を線分図に表して考えるという立式の過程は大切であるが、線分図を用いるという考え方が生徒にはまだ備わっていない。そのため、一方的に教師から線分図を提示して数量の間の関係を把握させるのではなく、数量関係をうまくつかめない生徒に対しての支援として線分図を指導することが有効ではないかと考えられる。そこで、(a)(b)のような改善点を得た。

(a)前時までの流れ(問題の意味をよく考えて、何を $x$ で表すかを定める)を踏襲し、問題文を読み取り、何を文字で表したらよいかを生徒が考える授業展開にする。「 $\sim$ を $x$ とします」と教師が説明する授業とは異なったものになっていくだろうと思われる。

(b)「子どもの数を $x$ 人とする」を取り上げて数量関係をうまくつかめないときに、線分図を提示して思考の支援を行う。

教師から一方的に線分図を提示せず、机間巡視をする中で適宜線分図を板書して説明を加える。ただし、取り上げる線分図は1つとし生徒の反応を見取るようにする。

思考力を育てるとは、考え方をことばで説明して教えることであると誤解されやすい。また、効率よく考えさせるための教師の誘導が、ときに生徒を考えなくても済むようにしてしまうこともある。生徒が問題に直面し、自分の手持ちの道具(1次方程式の文章題では、何を文字で表すのか決める)を使って自ら数学的に考え抜くという経験をさせたい。そこで(c)(d)(e)のような改善点を得た。

(c)あらかじめ線分図が記載されている学習シートは使用しないで、かわりに白紙のプリントを用いる。生徒が自由に考えられるように配慮する。問題文も板書し生徒に書き写すように指示していく。

(d)教師が説明しすぎない。(話しすぎない。)穴埋めのプリントを用いたときは、何を答えるのか教師主導型の展開になってしまった。生徒がどのように数量関係を捉えていくのか生徒の記述から思考を見取っていく。まわりの生徒同士が相談しながら解決していけるような雰囲気づくりに努める。立式できた生徒が出てきたら板書させ、その式の意味を互いに読み取るような活動を展開していく。

(e)同じ内容の問いかけが多い。何を問うのか明確にする。問いかけたら生徒が思考する時間を確保し教師も待つ。教師は簡潔で明瞭な指示や説明を行う。生徒の考えから授業が展開されるように配慮する。

⑦第3時 2つ目のクラスの授業の実際

学習活動と内容・授業プロトコル
1. 課題を提示する。 ・問題を読み、内容を把握する。
2. 課題解決の見通しを持つ。 ・何を $x$ (文字) にするのか、 $x$ の決め方について考える。
<b>S1</b> : 子どもの人数。
<b>T4</b> : Hさんは文字で表すものって子どもの人数と言ってくれました。(板書する。)
<b>T5</b> : もう表せそうなものはない? 文字で表せそうなもの? Iさん。
<b>S2</b> : 折り紙の枚数。
<b>T6</b> : Iさんは折り紙の枚数。(板書する。) 文字で表せそうなものとして、子どもの人数とか折り紙の枚数と出てきましたが、2ついつぺんに考えていくのは大変なので、じゃあ初めに出てきた子どもの人数で、はじめあたってみようかな。
<b>T7</b> : じゃあ。スタートは子どもの人数を $x$ 人とする。これで方程式をつくってみてください。しばらく時間をとるので考えてみてください。

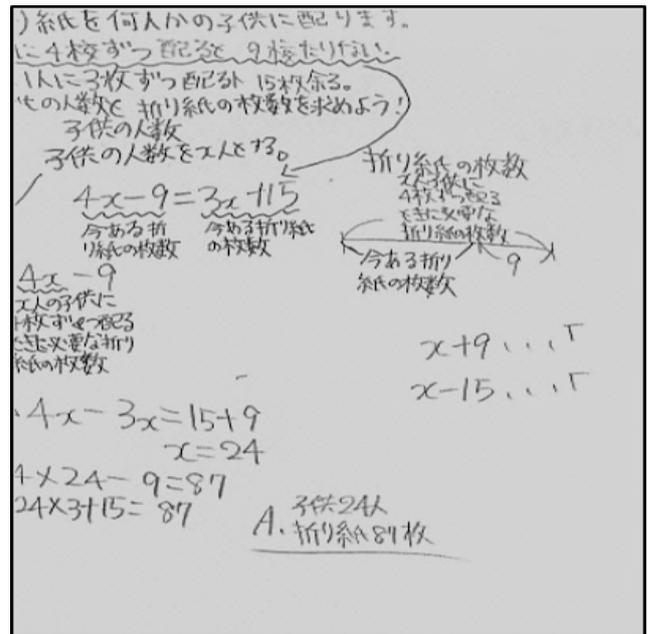


図5. 生徒のノート(白紙プリント)記述例①

⑧2つ目のクラスの授業の考察

(a)線分図を無理に使わなくても、子どもの人数を  $x$  人ということから出発して生徒は、どんな数量がこの文字を使って表せそうかよく考えていた。

(b)机間巡視を行い、考えが行き詰まっている生徒に対して、図4の板書に示す通り「1人に4枚ずつ配ると9枚足りない」という関係を線分図に表して数量関係を捉えさせるように支援した。この図から「今ある折り紙の枚数」を  $x$  を使って表すことを考えさせた。同様に「1人に3枚ずつ配ると15枚余る」という関係を線分図で表し「今ある折り紙の枚数」を  $x$  を使って表すよう促した。図5の生徒の記述を見ると必要な事柄をメモし自力解決を行っている。

(c) この学習までに方程式の文章問題を考える手順は一通り学習している。今までのように「何を文字で表すのか決める」ことから始め、生徒が自由に考えられるような場を設定することがやはり大事なことであると思う。あまりヒント(線分図などで考える路線を敷いてしまう)を与えすぎてしまうと考える意

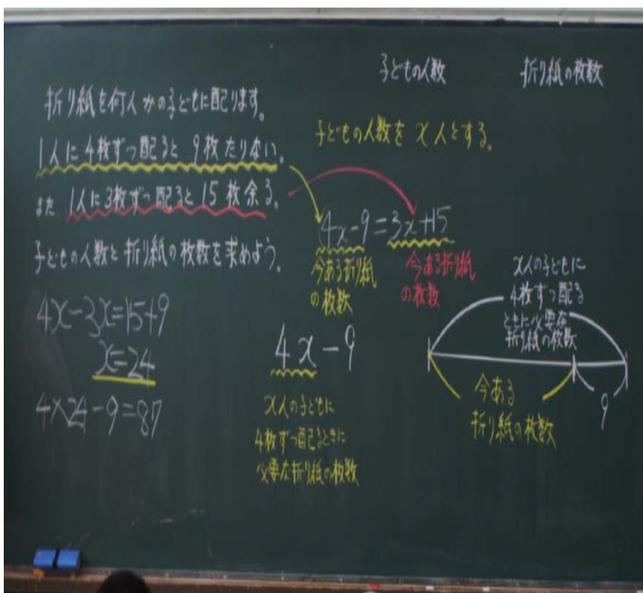


図4. 改善後の「過不足の問題」の板書

欲を萎えさせてしまうことに繋がってしまうと思われた。

(d)自力解決の時間を十分にとり様子を見ていると自然に周りの生徒と相談したりする姿が見られた。(生徒同士による自然な学び合い)子どもの人数を使って表すことができる数量にはどんなものがあるかなどの発問を生徒の状況を見ながら入れてみた。折り紙の枚数を文字を使ってどう表したのかお互いに確認しながら、分からないときは聞きあうような場面も見られた。)

(e)問題を提示し、「この問題を読んで、文字で表すことができそうな数量は何か」を問い、生徒から「子どもの人数」「折り紙の枚数」と出されたので、「はじめに子どもの人数を  $x$  人」として自力解決に向かわせることができた。どちらか一方の数量を文字で表すことで方程式が立式できるであろうという手がかりを持たせることができたのではないかと考える。

この段階では「子どもの人数」を文字で表すと整数係数の方程式ができ、「折り紙の枚数」を文字で表すと立式が難しくなり、分数の形の方程式になりそうだと見通して考えることは難しいであろう。問題を解決していく中でどちらか一方を文字で表すとその文字を使って他方が表せることを気づいて(発見して)ほしいと考える。その活動を通して2つの未知数のどちらかを文字で表しても問題が解決できるおもしろさを感じてほしいと考える。

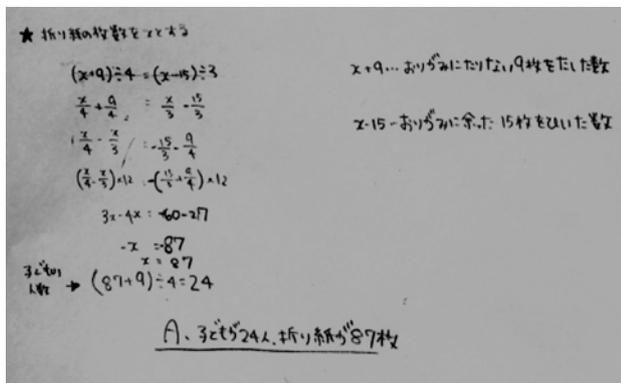


図6. 生徒のノート(白紙プリント)記述例②

生徒によっては、図6のように「折り紙の枚数を  $x$  枚とする」場合の解決にも取り組んでいた。文字式の表す数量についての読み取りは「 $x + 9 \dots$  折り紙に足りない9枚を足した数」と記述しており、ことばで表すことへの課題は残る。

### ⑨授業改善への示唆

生徒の学習シートや机間指導を通して、方程式の文章題について①問題の中にある数量を整理すること②数量関係を文字を使って表すこと③等しい数量関係を見出すことの3点が生徒の課題としてあり今後も継続した指導が必要である。指導上の課題としては①問題を正確に読み取り、数量の表す意味をとらえる練習が必要であること②1つの式を具体的な場面に当てはめて読む活動を充実させていくこと③数量関係を文字式に表すだけでなく、等しい数量関係を読み取る練習も必要であることが挙げられる。

今回の授業後の生徒の学習感想の中には次のような記述が見られた。

・何を  $x$  とするかによっていろいろな考え方があると知った。自分がやりやすい式を作ろうと思った。少し慣れた気がした。完璧になるようにがんばりたい。(中1男子)

・何を  $x$  にするのか。今までは問題が  $x$  を決めてくれたけれど、今日は自分で決めてよかったので楽しかったし、基本ってやっぱり1番大切だなと思った。自分のつくった方程式が解けた時はうれしかった。(中1女子)

・問題をよく読み、どれを  $x$  にするかを見極めていきたい。(中1男子)

・分からないところを  $x$  に置き換えることで、分かるようになるのがビックリ!した。(中1女子)

1次方程式の利用に関して生徒が「自らの必要にもとづいて考え出したのだ」という感じをもち、それによって成功の感激をも結果としてもつような指導に少しはつなげられた

のではないかと考える。何を学習するにしても、何のためにそれを学習するのかという目的意識をもつことは重要である。目的意識のない学習は強制された学習であり、これでは学ぶ意欲も湧いてこないし、主体的な学習も期待できない。1次方程式の学習に対する目的意識をもたせる1つの方法としては、生徒に方程式の有用性を感じさせることであると考える。小学校の算数の知識でも解けなくはないが、算数で解くと煩雑になるといった問題を提示し、それを方程式を使って解決するといった学習活動は方程式の有用性を感じさせるのに有効な方法の1つであると考えられる。

#### ⑩思考力・表現力を育てる授業へ向けて

思考力・表現力を育てるためには、何のためにそれを学ぶのか学ぶ必然性を感じ得るような授業を実践していくことがまずは前提として考えられる。教師にとっては「説明型の授業」からの転換が不可欠である。はじめにやさしい問題や基本事項を確認し、ステップを設けながら「分かりやすく、ていねいに」説明していく授業からの脱却が必要である。

授業転換の方向としては、「課題解決型の授業」である。課題解決を「課題の解決過程を重視する授業」として指導法として位置づけていくことが求められる。課題を解決する過程で、新たな「数学的な考え方」や「知識・理解」「技能」などの力を生徒は身につけていくであろう。教師の説明から授業を始めるのではなく、「今日はこの課題を考えてみよう」という形で、課題を提示することから授業を展開していくことが必要である。

#### 5. 今後の課題

「思考力」と「表現力」は切り離して別々に育てていく力ではなく、両者には密接な関わりがある。例えば、他者の数学的な表現を読み取るためには、そこには数学的な思考力が必ず関わっているはずである。また、問題

解決の場面で、自分の思考を進めていくときには、数学の表現（図・表・式・グラフ・記号・用語など）を使って自分の思考を表していこうとする数学的な表現力が関わっていると考えられる。思考力と表現力は表裏一体のものである。数学的な思考力や表現力を育てていくためには、中学校数学科の授業において、「考えてみよう」「やってみよう」という学習意欲が喚起されるような課題を設定し授業を行っていくことが効果的である。

日常生活の事象を数学の授業にいかに取り込めるのか学ぶ必然性を感じ得るような教材研究・授業実践を行っていくことが課題として挙げられる。

#### 6. 引用文献, 参考文献

- ・中学校学習指導要領解説数学編 文部科学省
- ・幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について（答申）中央教育審議会
- ・文部科学省初等中等局学力調査室：平成19年度全国学力・学習状況調査【中学校】調査結果の概要
- ・熊倉啓之(2011)「数学的な思考力・表現力を鍛える授業24」, 明治図書
- ・桜井隆道・高橋栄治(1969)研究紀要第1号, 東京都立教育研究所
- ・佐藤俊太郎・片平嘉正(1992)「ベストを求め数学科授業研究」, 明治図書
- ・杉山吉茂(1989)「算数・数学的な考え方を育てる授業」, 教材開発情報センター
- ・中島健三(1981)「算数・数学教育と数学的な考え方—その進展のための考察」, 金子書房 pp.69-70
- ・中村享史・Y. M. E.(2010)「これで育つ！数学的な表現力」, 東洋館出版社
- ・藤井斉亮ほか(2012)「新しい数学1」, 東京書籍
- ・裕元新一郎(2009)「中学校新数学科『数学的な表現力』を育成する授業モデル」, 明治図書