# 算数科における教授方略の改善の試み

## －割合の問題解決と数直線図指導の関わりを探る－

M14EP008
清水　光

### 問題

本テーマを取り上げる理由は２つある。

１つめは，算数科５学年単元「小数のかけ算」で下のような問題を取り上げた私自身の研究授業での課題があげられる。

---

１ｍのねだんが９０円のリボンを，2.6ｍ買いました。代金はいくらですか。

---

単元のねらいは「小数倍による乗法の意味の拡張」と「割合(的)な考え方の習得」であるが，当時の研究授業では，正答を求めることだけに終始してしまい，２つのねらいの達成にはほど遠いものだった。その後も何度かこの単元を指導する機会があったが，児童に納得できるような指導ができなかったとこの単元の指導の困難さを感じている。

２つめは，平成２６年度に行われた全国学力・学習状況調査において，下図の問題にお

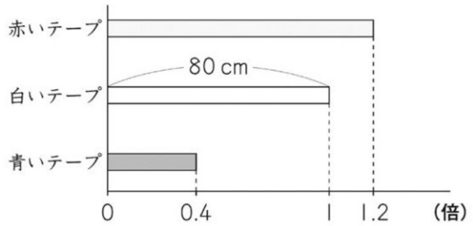



図１：全国学力学習状況把握調査算数問題

いて,青いテープの長さを求める式を「80×0.4」と解答した児童が 54.3％と少ないこと，さらに「80÷0.4」「80－0.6」と誤答した児童がそれぞれ 28.1％，15.6％と多かったことがあげられる。

### 目的

以上の問題から本報告書は，算数科の教授方略において（教員視点における）ただ「(学習内容を）教える」や（児童視点における）「教えられる」ではなく,(教員視点における）「考え方や学び方を教える」や（児童視点における)「自分たちの力で問題課題解決ができる」という，現代主流となりつつある問題解決型学習にもとづく改善の試みを，主に割合の問題解決とその有効な数直線図指導を取り上げ検証するものである。すなわち，割合の問題解決，特に割合の中でも日常の文脈に即した文章題の問題解決にはどのような困難さがあるのか，その指導にはどのような教授方略が効果的なのかについて，数直線に着目し研究を進めていく。

### 先行研究

まず「問題解決」といった場合にどのような過程を経て解決へ導くのか先行研究を中心に探っていく。一般的には，下図のように表すことができる。

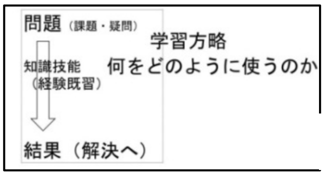



図２：問題解決

特に，「自分たちの力で問題解決ができる」という視点から考えると「学習方略」の部分に留意する必要がある。授業では教師側からある教授方略を用いて指導が行われ,その「教授」を経て児童自らが取り組む「学習方略」の獲得へと変容させることが授業のねらいの一つとしてとらえることができる。

次に算数科については下図のようなものになると思われる。

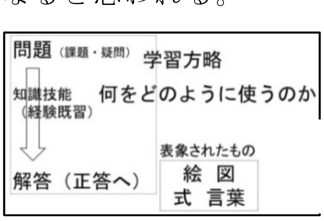



図３：
割合の問題解決

また，Hegarty ら(1992)は「文章題の解決過程」として，変換，統合，プラン，実行，の４つの認知過程からなるものとしてモデル化している。

**文章題の理解過程**
**変換→統合→プラン→実行**

変換過程では問題文の個々の文が心的表象に変換される。統合過程では問題に書かれている状況の理解が行われる。プラン過程では解決プランが立てられ演算の決定が行われる。最後に実行過程ではそのプランの実行が行われ，演算が行われるというものである。

坂本(1998)は「これらの認知過程のうち，文章題への支援を考える上で重要なのは，問題を表象する過程，すなわち変換と統合の過程である。」と述べ問題の表象の過程を重要としている。

次に文章題理解の方略の説明をする。

表１：解決方略

| 文章題解決方略 | 割合解決方略 |
|---|---|
| 直接変換方略 | キーワード方略<br>乗算方略 |
| 問題モデル方略 | 問題モデル方略 |

Hegarty ら(1995)は文章題を理解する際に児童が用いる方略の主なものは次の２つであると述べている。１つめは問題から数字を抜き出して演算を施す方略で，直接変換方略と呼ばれるもの，２つめは問題で述べられている状況を理解し，その表象に基づいて解法をプランする方略で，問題モデル方略と呼ばれるものである。

これら２つの方略に対して坂本(1998)は，「前者（直接変換方略）が，答えを計算することに力点をおいた近道の方略なのに対し，後者（問題モデル方略）は，問題の変数同士の関係を理解することに力点をおいた，合理的で深い方略である。」と述べ，それぞれの方略の長所を挙げている。

坂本(1997a,1997b)は，割合の解決方略として「キーワード方略・乗算方略・問題モデル方略の３つに分類される」としている。このうち，「キーワード方略とは，前述の直接方略の一種と言えるが，問題文中の“～倍”という表現のみに着目する解決方略」である。また，「乗算方略とは，乗算すなわち第２用法の文章題のパターンに合わせて第３用法を理解し解く方略」である。そして，これら２つの方略には欠点があるとしている。まず，「キーワード方略」は「与えられた文章題の構造にかかわらず，演算決定の手がかりとして“～倍”という表現のみを報告する」という点，「乗算方略」は「(第３用法の解決において)これを用いているものは，第２用法にあわせて割合関係を逆に報告すること」という点が欠点であると指摘している(後者の例として，［7.5 kgは□kgの 1.5 倍です。］の□を求める際に□×1.5=7.5 という式から除算を用いて正答を求めようとするが，除数と被除数を逆にして演算することが挙げられる)。

また一方，「問題モデル方略」に関しては，「問題構造を反映した心的モデルを構成して問題を解くもので，問題文の内容，特に割合関係を正しく報告する」という利点を述べ，「キーワード方略」や「乗算方略」を利用している児童に対して「問題モデル方略」へと導く指導の必要性を指摘している。

次に，割合の文章題解決において児童の思考を「問題モデル方略」へと導く指導の先行研究を紹介する。

まず Lewis(1989)は大学生を被験者として，文章題を作っている文のタイプを学習させる訓練に加えて，問題の情報を数直線図に表すことを被験者に学習させ，ポストテストにおいて成績が大きく上昇したことを報告した。

また，Tajika ら(1995)は，小学５年生を対象に，コンピュータを用いて，割合文章題のの問題理解の促進を試みた。その結果，文章題の成績が向上したのは，２量の関係を表す図を作成したグループだった。

これらの研究から割合の文章題理解には２量の関係を表す図，中でも数直線図が有効ではないかということが示唆された。

### 数直線図の学習指導要領と教科用図書における取り扱い

本項では，割合の文章題理解に有効である数直線図が学習指導要領（文部科学省，2008）やその解説及び教科用図書においてどのように扱われているのか見ていく。

学習指導要領では次のような文言として表れている。（下線は筆者挿入）指導要領の下部にはその内容に対応した教科用図書（藤井斉亮ら，2012）の画像を載せる。

［１学年］

> Ａ　数と計算
> ウ　数の大小や順序を考えることによって，数の系列を作ったり，数直線の上に表したりすること。

これまでの半具体物から抽象図へ表して思考させる過程の一つとしてとらえる。右へ進むと大きくなったり，等間隔に目盛りがふられていたりするなど数直線図における基礎的な内容をここで学習する。

［３学年］

> 〔算数的活動〕
> イ　小数や分数を具体物，図，数直線を用いて表し，大きさを比べる活動
> ３　内容の取扱い
> 小数の 0.1 と分数の 1/10 などを数直線を用いて関連付けて取り扱うものとする。

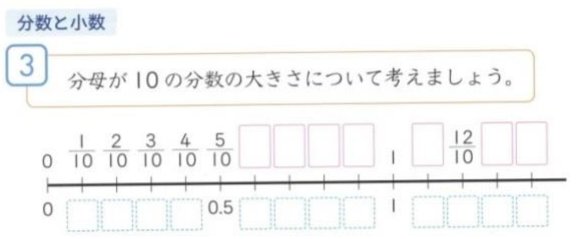



図４：３年　分数と小数の数直線による対応

これまでの整数の扱いから，小数や分数においても数直線に表すことができることを取り扱う。特に，小数と分数の関連づけを数直線に表すことはその後の「割合」の学習にも大きく関わってくると思われる。

［５学年］

> 〔算数的活動〕
> ア　小数についての計算の意味や計算の仕方を，言葉，数，式，図，数直線を用いて考え，説明する活動

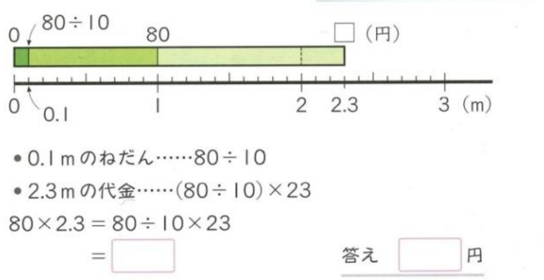



図５：５年　小数のかけ算

単元「小数のかけ算」においては，乗算の意味をこれまでの同数累加の見方考え方から「もとにするものを１と見たときの対象とされたものの値」と考える割合の考え方が用いられ，「乗算の意味の拡張」がされる内容である。上図のようにこれまで量的なものを表してきた「テープ図」と「数直線図」の関わりから扱うことで関係を示す図に対しても段階が踏まれていることが分かる。その後，乗数や除数が小数になる「小数のかけ算」「小数のわり算」を経て，２本の「数直線図」が２量の関係を表す図として位置づけられる。

［６学年］

> 〔算数的活動〕
> ア　分数についての計算の意味や計算の仕方を，言葉，数，式，図，数直線を用いて考え，説明する活動

６学年になると分数を乗数や除数にする「分数のかけ算」「分数のわり算」として面積図と数直線図の関わりを表すことで意味理解を図っている。

このように「数直線図」の指導に関しても学習指導要領に沿うことで学年の段階や発達段階によって系統的に位置づけられているこ

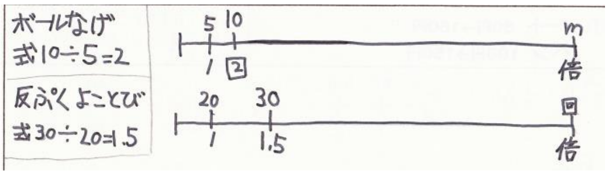
とが分かった。特に，５学年と６学年の内容の「～数直線を用いて考え」とあるところに着目すると，問題を理解する重要なツールとしてとらえていると考えてよいのではないだろうか。

さらに，学習指導要領解説においても下のような記載があり，相互の関係を表す意味であるモデルと「数直線図」を対応させることが明記されていることからも「問題モデル方略」に導く有効なツールとして「数直線図」を使用することは問題モデル方略を獲得させるためのより妥当な教授方略と言えよう。

D 数量関係
(3) 主な内容の解説
② 式の表現と読み
（オ）数直線などのモデルと対応させて式を読む。

このように割合の問題解決に導く方略として「問題モデル方略」があり，その有効なツールとして「数直線図」が学習指導要領においても系統的に位置づけられていることを知ることができた。

それにもかかわらず，前述の全国学力・学習状況把握調査において割合に関わる問題に困難さが見られたこと，筆者自身が行った授業においての授業直後の数直線図を描かせた児童のノートの様子（下図のように数直線図が立式にいかされていない）から，はたして児童にとって「数直線図」が割合の問題解決を促進する思考のツールとして有効に働いているのだろうか，また働いていない状況があるとすればそれはどのような要因からなのか，という疑問が生じる。



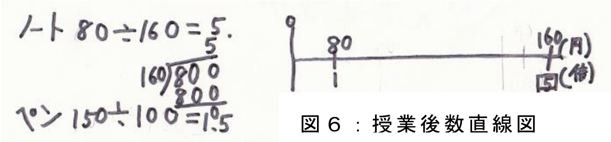



図６：授業後数直線図

## 調査Ⅰ

（１）概要と目的

実態において数直線図が割合の理解を促進する思考のツールとなっているのか明らかにするために，小学５年生を対象に調査を行った。その際，割合の問題は以下の３種に分類されることがあり，それらの分類ごとに分析を行った。

第１用法：割合＝比較量÷基準量
（比較量と基準量が既知で，割合を求める）
第２用法：比較量＝基準量×割合
（基準量と割合が既知で，比較量を求める）
第３用法：基準量＝比較量÷割合
（比較量と割合が既知で，基準量を求める）

（２）手続き

調査対象者は公立小学校の５年生の２クラスの児童 55 名である。割合に関する６つの問題が記載された２つの問題用紙（ＡとＢ）を用意し，１つのクラス（グループＡ，Ｎ＝22）には問題用紙Ａが，もう１つのクラス（グループＢ，Ｎ＝23）には問題用紙Ｂを配布した。調査対象者にはすべての問題を解くように指示した。６つの問題すべてが２つの問題用紙で共通だったが，問題用紙Ａでは問題４～問題６で問題解決に際して，数直線図を描くように指示した。一方，問題用紙Ｂでは，予め問題用紙に問題ごとにその問題に該当する数直線を記載した。

なお，問題１～問題３は数値のみを提示して解答を求める単純な型の問題であったが，問題４～問題６は日常の文脈に即して出題された文章題を扱った。

また調査校における授業での使用に鑑み，グループＢに予め提示した数直線図は１本の数直線であり，上に数量，下に割合（倍）を表したものとしている。

［問題１］

３９kgは１３kgの□倍です。（第１用法）

［問題２］

□ｍは 2.5ｍの 3.2 倍です。（第２用法）

［問題３］

7.5 kgは□kgの 1.5 倍です。（第３用法）

［問題４］

３０cmの細長い竹があります。よし子さんは工作をするために，１８cm切りました。切りとった長さは，最初にあった竹の長さの何倍でしょう。（第１用法）

［問題５］

まさお君の組全体の人数は，４０人です。まさお君の組の男の子の人数は全体の 0.6 倍です。まさお君の組の男の子の人数は何人ですか。（第２用法）

［問題６］

あきら君は妹におはじきを１５個あげました。妹にあげたおはじきの数は，はじめにあきら君がもっていたおはじきの 0.6 倍です。あきら君がはじめにもっていたおはじきの数はいくつですか。（第３用法）

（３）結果

問題１～問題６の解答は，第１用法から第３用法の理解を調べるという本研究の趣旨から解答用紙に示された立式の妥当性によって正誤の判定を行った。したがって，立式は正しいが計算をまちがえたため解答欄に誤答が記載されていた解答も正答と見なした。

・問題１～問題３

２つのクラスを合わせた平均正答率は，問題１～問題３でそれぞれ 96%，67%，71%であった。第１用法の解決は容易であるが，第２用法と第３用法の正答率はともに 70%ほどであった。

・問題４～問題６

数直線を描かせたグループＡの問題４～問題６の正答率は，それぞれ 9%，67%，45%であった。数直線が与えられていたグループＢの問題４～問題６の正答率は，それぞれ 87%，78%，78%だった。

グループＡにおいて問題４では数直線が適切に描けた者の４名中の１名（25%）が正答であったのに対し，適切に描けなかった 18 名のうち，正答の者は１名（6%）であった。問題５では，数直線が適切に描けた者は８名であり，そのうちの７名（88%）が正答したのに対して,適切に描けなかった 14 名のうち，問題５に正答した者は８名(57%)であった。問題６では数直線が適切に描けた２名のうち，1 名（50%）が正答し，数直線が正しく描けなかった 20 名のうちで正答者は９名（45%）であった。

（４）考察

グループＡの問題４～問題６において問題に即した適切な数直線を描けたものはわずかであった。数直線が適切に描けなかった者の特徴としてはいずれの問題でも割合（倍）を数直線上に正しく記入できない者が多かった。また，参加者数が少ないため明確とは言えないが，いずれの問題でも数直線が適切に描けた者の方が正答率は高い。

## 調査Ⅱ

（１）目的

数直線図を描く上でどのような部分において困難さが見られるのかを知るためグループＣを設け調査を行った。

（２）手続き

下図のような数直線図の数値の部分にブランクを用意することで，どの部分に数値を入れることに困難さがあるのか明らかにする。

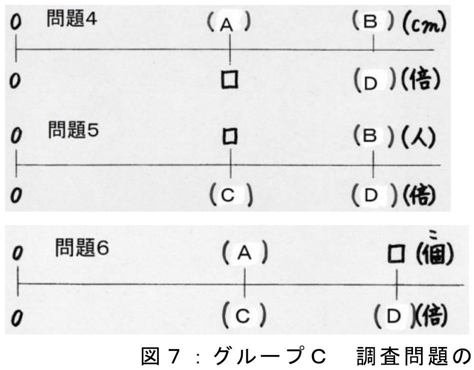



図７：グループＣ　調査問題の数直線

調査対象者は調査Ｉと同一の公立小学校の５年生の１クラス児童 24 名(グループＣ，Ｎ＝24)である。調査Ｉと同様の手続きであるが，求めようとする数値の箇所には□を記入し，その他の数値が入るべき部分には（　）を記し，その部分に数値を入れて数直線図を完成させるよう促して，問題解決に臨ませた。

（３）結果

・問題１～問題３

正答率は，問題１～問題３でそれぞれ 75%，63%，67%だった。グループＡ，Ｂと比較すると，全体的に低いが，第１用法の問題解決に比べ，第２用法と第３用法の正答率が低くなっていることは調査１と同様の結果である。

・問題４～問題６

正答率は，それぞれ 33%，50%，29%だった。

問題４で正しく数値を入れた人数はそれぞれＡ15 名(62%)，Ｂ15 名(62%)，Ｄ14 名(58%)。問題５ではＢ24 名(100%)，Ｃ14 名(58%)，Ｄ10 名(42%)。問題６ではＡ22 名(92%)，Ｃ11 名(46%)，Ｄ9 名(38%)である。この結果からいずれの問題においても数量を記入するブランクＡやＢよりも割合を記入するＣやＤを誤って記入する児童が多いことが分かる。さらにＣとＤを比べるといずれの問題においてもブランクＤを誤って記入する者が多い。

（４）考察

ブランクのある数直線図であったとしても問題に即したものを描けたものは少なかった（３問とも正しく描けていたのは 24 名中 4 名で 17%)。グループＣにおいても数直線図を適切に描けた者の方が正答率が高い，という結果になった。

また数直線を適切に描けなかった者の特徴としていずれの問題でも割合（倍）を数直線上に正しく記入できない者が多かった。特に，ブランクＤの部分，文章題では数値が出てこないが割合の問題解決において重要だと思われる，もとの「１」を記入できなかった児童が多かった。特に注目すべき点は，問題４においてＤを正しく記入している 14 名のうち問題５で誤って記入しているものが 6 名(42%)，問題６では 8 名(57%)と，もとの「１」の存在を認識しているにもかかわらず誤って記入してしまう点に数直線図を適切に描くことの困難さをうかがうことができる。

## 調査における全体的な考察

上記による調査から以下の点が示唆された。

①数値のみを提示して回答を求めた単純な型の問題１～問題３と，日常の文脈に即した文章題の解答を求めた問題４～問題６の正答率の比較から，第１，第２，第３用法のすべてにおいて，前者の正答率が高かった。よって，５年生の児童にとって文章題は難しいことが改めて示された。

②数直線を自ら描かなくてはならなかったグループＡと数直線が与えられたグループＢの比較において，問題４～問題６のすべてにおいて，グループＢの正答率が高かった。また，グループＡにおいて，適切な数直線を描けたものの方が描けないものよりも３つの問題の正答率は高い傾向にあった。これらのことから，数直線の提示は割合の問題解決にとって有効な思考の道具であることも改めて示された。

③サンプルが少ないことや事前の等質性を考慮に入れていないことから明言はできないが，グループＡとグループＣの比較において線分図だけ描かれているグループＣの場合では正答率においてその優位性を見て取ることができなかった一方で，グループＢの正答率は相対的に高かった。よって適切な数直線図とは，線分図だけでは不十分であり，その数値の対応，特に適切な割合（倍）の数値や数量と割合（倍）の対応をより丁寧に教授していくことが必要であることが示唆された。

④グループＡでは適切な数直線を描けたものが少なかったことから，その自発的使用は５

年生にとって難しいことが示された。

⑤適切な数直線図を描くことができたとしてもそのことが問題理解に直接つながっているのかという新たな疑問も生じるような結果が見られた。

例を挙げると，グループＡでは問題６（第３用法）において適切な数直線図を描けた 2名中１名が不正解だった。グループＣでも，問題４（第１用法）適切に描けた９名中４名（44%）が誤答,問題６では9名中5名(56%）が誤答だった。このことは，たとえ数直線図を描けたとしても２つの次元のそれぞれの２量の関係を適切な演算の決定までに至っておらず，その数直線図を問題解決の場面において有効に利用していないことも示していると思われる。

⑥最後に，結果に表れた数値だけの示唆ではなく，問題解決に取り組んでいるときの様子なども含めた児童の学習方略の面から気がついたことを述べる。

まず，ほとんどの児童が調査問題に取り組み始めるとすぐに立式しようとしていたということがある。立式をしてから（中には解答を出してから）数直線図を描くというものがすべてのグループのほぼ全員に当てはまった。それは児童の中に「キーワード方略」が浸透している状態だと思われる。

また，何名か調査が終わった後，誤答しているものを中心にどうしてこの式に表したのか聞いてみたところ「～倍があるから」と返答があり，実際乗算を用いての誤答がとても多かった。「乗算方略」についても広がりを見せていることをうかがい知ることができる。

## 実践

（１）教授方略の改善

以上の経過及び調査・考察をふまえて次の３点に着目した教授方略の改善を行っていきたいと考える。

①割合における数値，特に文章題の文中にも表れない，もとの「１」を数直線に描けることを意図して‥

⇩

| 割合としての「１」を意識できる活動の実践 |
|---|

②数直線図自体が描けないという結果から，教授する上で数直線自体の有効な教授方略を考える立場から‥

⇩

| ２量の関わりを表象したものとして数直線図を意識し，半具体物から抽象図に移行を再認識させる授業の実践 |
|---|

③割合文章題における「キーワード方略」及び「乗算方略」が浸透している現状から‥

⇩

| 数直線図を有用と感じさせる実践及びその継続→「問題モデル方略」への移行 |
|---|

（２）実際

上記の教授方略改善案にもとづき，５学年単元「比べ方を考えよう（２)」の前半７時間において授業を行った。本報告では上記した教授方略のうち①を取り上げた回の実践結果を報告する。

・割合としての「１」

「入るべき量」があり，それに「満たされた状態」を数量としての「１」，順番の「１」と区別して割合の「１」として，下図のような映像を見せることによって視覚的に，また実際にそれを絵図させる作業を伴うことで実感的に理解させることを意図した。その後の問題のモデル化においてもまず最初に表すものとして意識させた。

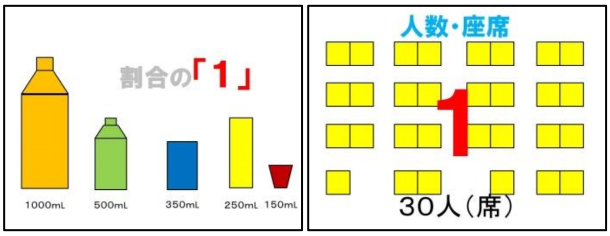



図８：割合の「１」

・半具体物から抽象図

下図のようにブロック図→テープ図→数直線図とステップを設けて問題のモデル化をさせることによって「問題のモデル化」という思考過程の有用性を実感させることを意図した。

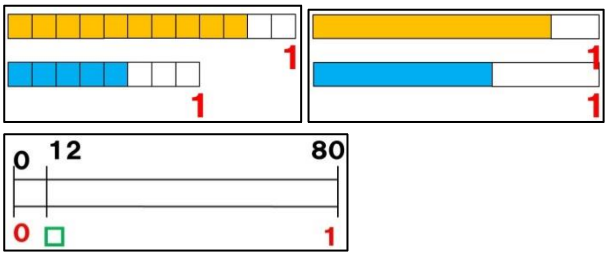


図９：ブロック図から数直線図

（３）成果と課題

・成果

割合としての「１」を状態としてはじめに理解させること，そしてそれが様々な事象に適用できることを扱うことによって，割合自体の必要性を実感できたと思われる。また問題の関係を絵図に表すという次時以降の活動にもそのイメージが生かされた（比べられる量の割合が「１」よりも大きくなるか小さくなるかという点など)。よって，割合としての「１」を理解する活動を本単元に取り入れたことは児童を問題モデル方略に導く一助となり得ると考えてよいのではないだろうか。

・課題

割合の問題解決において児童の思考を問題モデル方略へと導くには，まず目に見えるその表象として描かれた絵図から立式や正答へと導くことができるという有用性を感じさせなければならないと思われる。その点において前学年の学習にある小数や分数の理解，特に絵図からの認識の有無によって本単元の理解に差が見られたことが課題としてあげられる。したがって，前学年の単元においても数直線を利用できるような思考をもたらす教授方略の改善を検討する余地があるのではないかと考えられる。

## 参考引用文献

藤井斉亮・飯高茂ほか 40 名 2012 あたらしいさんすう１ 新しい算数３下 新しい算数５上 新しい算数６上 東京書籍

Hegarty,M.,Mayer,R,E,& Green,C.E. 1992 Comprehension of arithmetic word problems: evidence from students' eye fixations. *Journal of Educational Psychology*,84,76-84

Hegarty,M.,Mayer,R.E,&Monk,C.A. 1995 Comprehension of arithmetic word problems:A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*,87,18-32

Lewis,A.B. 1989 Training students to represent arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*,81,521-531

文部科学省 2008 小学校学習指導要領 算数 http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/__icsFiles/afieldfile/2009/06/16/1234931_004_1.pdf(2015.1 アクセス)

文部科学省 国立政策研究所 2014 平成 26 年度全国学力・学習状況調査報告書 小学校算数 https://www.nier.go.jp/14chousakekkahoukoku/report/primary/math/(2015.1 アクセス)

坂本美紀 1997a コンピュータ提示による文章題のつまずきの解明－割合文章題を用いて－.教育心理学研究,45,87-95

坂本美紀 1997b 割合文章題の解決方略：児童の記述に基づく検討.日本教育心理学会第３８回総会発表論文集,475.

坂本美紀 1998 算数文章題解決の支援について：解決方略の観点から 愛知教育大学教育実践総合センター紀要 創刊号 63-70

Tajika,H.,Nakatsu,N.& Takahashi,K. 1995 Using a computer as an understanding facilitator for solving ratio word problems. *Educational Technical Research*,18,1-7